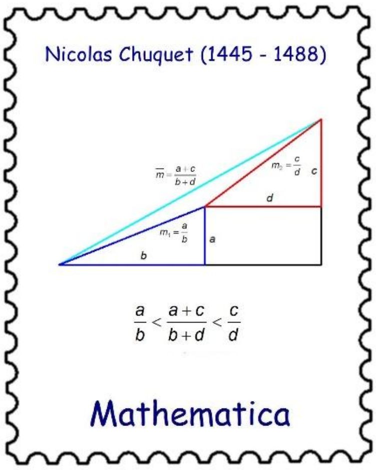
April 2015

Vor 570 Jahren geboren **Nicolas Chuquet** (1445 – 1488)



Über Jahrhunderte galt Estienne de La Roche (1470–1530) als der Verfasser des ersten Algebra-Buchs in französischer Sprache. Dieses Buch erschien im Jahr 1520 unter dem Titel *Larismethique* und hatte großen Einfluss auf die Entwicklung der Mathematik in Frankreich und den Niederlanden. 1870 entdeckte man in den Beständen der Bibliothek König Louis XV. die Kopie einer Handschrift *Triparty en la science des nombres* von Nicolas Chuquet, verfasst im Jahr 1484. In dem Exemplar fand man zahlreiche handschriftliche Kommentare La Roches, der der erste Besitzer des Buchs war, bevor es schließlich im Jahr 1732 in königlichen Besitz gelangte.

Nach unseren heutigen Maßstäben würde man La Roche als Plagiator bezeichnen, denn große Teile seines Buches stimmen wörtlich mit dem Werk Chuquets überein. La Roche verschweigt aber nicht, welchen Autoren er die Anregungen für sein Buch verdankt: Er nennt ausdrücklich seinen Lehrer Nicolas Chuquet aus Paris, Philippe Friscobaldi aus Florenz und Luca Pacioli aus Burgo (heute Sansepolcro, Toskana). Es ist müßig, heute darüber zu spekulieren, ob die Ideen Chuquets auch ohne das Buch von La Roche eine ähnliche Verbreitung gefunden hätten, wie dies durch *Larismethique* erfolgte.

Von Nicolas Chuquet weiß man nur, dass er aus Paris stammt und den Titel eines Baccalaureus der Medizin erworben hat. Um 1480 taucht sein Name in den Steuerregistern von Lyon mit der Berufsbezeichnung *escripvain* auf (Person, die Abschriften erstellt und das Schreiben lehrt). Er selbst bezeichnet sich als *algoriste*, also als jemand, der in der Tradition von Mohammed al-Khwarizmi das Rechnen mit Dezimalzahlen beherrscht. Die Schreibweise *arismethique* bzw. *algoriste* entspricht der des mittelalterlichen Lateins; erst im 17. Jahrhundert ändert sich dies im Französischen (und später auch im Englischen) in die Schreibweise mit „*th*" – analog zum griechischen Wort *arithmos*.

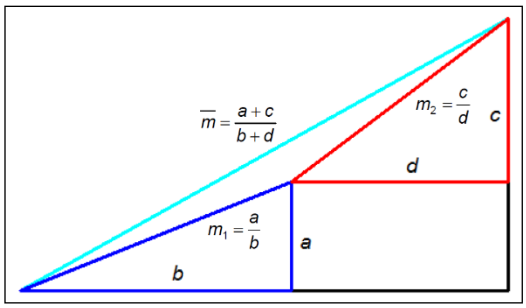
MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

NICOLAS CHUQUET nennt sein Buch *Triparty*, weil es drei Teile umfasst: Im ersten Teil behandelt er das Rechnen mit ganzen Zahlen und Brüchen, untersucht Zahlenfolgen, beschäftigt sich mit Proportionen und deren Eigenschaften, mit den Dreisatz-Regeln (*règles de trois*) sowie mit Mittelwerten. In den sechs Abschnitten des zweiten Teils geht er auf das Rechnen mit einfachen und zusammengesetzten Wurzeln ein. Im dritten Teil vertieft er sich in das Rechnen mit algebraischen Termen und das Lösen von Gleichungen (*règle des premiers*, *nombre premier* = Unbekannte).

CHUQUET verdanken wir die heute übliche Systematik für die Bezeichnung großer Zahlen: *Million* (= 10^6), *Billion* (= 10^{12}, definiert als *Million Millionen*), *Trillion* (= 10^{18}), *Quadrillion* (= 10^{24}). Das Wort *Million* findet man zwar bereits in Schriften des 13. Jahrhunderts und auch Bezeichnungen wie *Bymillion* und *Trimillion*; er ist es, der die heute in Mitteleuropa verwendeten Wörter prägt. Zwischen den Sechserblöcken notiert er – der besseren Lesbarkeit halber – jeweils ein Hochkomma. Die Bezeichnungen der Zwischenstufen, wie beispielsweise *eine Milliarde* für *tausend Millionen*, werden um 1550 von JACQUES PELETIER DU MANS eingeführt. Im 17. Jahrhundert entwickelt sich neben der CHUQUET-PELETIER-Skala auch die *„short scale"* (1 *billion* = 1000 *millions*), die seit dem 19. Jahrhundert im gesamten englisch-sprachigen Raum gilt.

In der Bruchrechnung betrachtet er wie die anderen Mathematiker seiner Zeit keine unechten Brüche, also nur echte Brüche und gemischte Zahlen; das Rechnen mit den gemischten Zahlen gerät daher oft (aus unserer Sicht) unnötig kompliziert.

Er behandelt (wie z. B. bereits FIBONACCI) die *Regula falsi* (*méthode de la fausse position simple*) als Methode zur Lösung von linearen Gleichungen im Sinne eines systematischen Probierens oder das Verfahren der Interpolation (*méthode de la fausse position double*). Über seine Vorgänger hinaus bleibt es bei ihm jedoch nicht bei der beispielgebundenen Behandlung, sondern endet mit einer abstrakten Betrachtung der Vorgehensweise, beinahe vergleichbar mit dem Aufstellen einer Formel.



Gelegentlich treten bei ihm auch null und negative Zahlen als Lösungen auf, was er zum Anlass nimmt, allgemein auf das Addieren und Subtrahieren mit diesen Zahlen einzugehen (Schreibweise p bzw. m mit aufgesetztem „~" für *plus* bzw. *moins*).

Schließlich erläutert CHUQUET eine Methode, die heute mit Recht seinen Namen trägt. Er gibt (ohne Beweis) als *règle des nombres moyen* an, dass zwischen zwei gegebene Brüche stets ein dritter Bruch eingeschoben werden kann, dessen Zähler sich aus der Summe $a+c$ der beiden Zähler a, c ergibt und dessen Nenner gleich der Summe $b+d$ der Nenner b, d der beiden Brüche ist: $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

Die Gültigkeit der Ungleichung für das CHUQUET-Mittel kann leicht anhand der Grafik durch Vergleich der Steigungsdreiecke abgelesen werden. Oder man betrachte etwa die Umformungen

$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc \Leftrightarrow ab + ad < ab + bc \Leftrightarrow a \cdot (b+d) < b \cdot (a+c) \Leftrightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d}$ und

$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc \Leftrightarrow ad + cd < bc + cd \Leftrightarrow d \cdot (a+c) < c \cdot (b+d) \Leftrightarrow \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$

Mithilfe dieser Methode kann man rationale wie irrationale Lösungen von Gleichungen beliebig genau einschachteln, was er an zahlreichen Beispielen demonstriert. Wenn beispielsweise die Gleichung $x^2 + x = 39\frac{13}{81}$ gelöst werden soll, dann erweist sich die Einsetzung $x = \frac{5}{1}$ als zu klein, $x = \frac{6}{1}$ als zu groß. Der erste Mittelwert $x = \frac{5+6}{1+1} = \frac{11}{2}$ ist zu klein, der zweite $x = \frac{11+6}{2+1} = \frac{17}{3}$, ebenso wie auch der dritte $x = \frac{17+6}{3+1} = \frac{23}{4}$. Der vierte Mittelwert $x = \frac{23+6}{4+1} = \frac{29}{5}$ ist zu groß, und endlich hat man mit dem fünften Medianten $x = \frac{23+29}{4+5} = \frac{52}{9}$ eine Lösung der Gleichung gefunden.

CHUQUET ist in vielen Dingen seiner Zeit voraus. Ungewöhnlich ist, dass er nicht nur natürliche Zahlen als Zahlen bezeichnet, sondern auch (irrationale) Wurzeln und Summen von Wurzeln. Vermutlich ist er der Erste, der den Exponenten null und negative Exponenten verwendet. Er führt eine eigene algebraische Schreibweise für Terme ein, in der er die Variablen als Exponenten notiert, beispielsweise 4^0 für 4, 5^1 für $5x$, 6^2 für $6x^2$, 7^3 für $7x^3$ usw. Den Quotienten $\frac{36x^3}{6x}$ in unserer Schreibweise gibt er korrekt als $6^2\ (= 6x^2)$ an, ebenso wie $\frac{72}{8x^3}$ als $9^{3m}\ (= 9x^{-3})$ oder $\frac{84x^{2m}}{7x^{3m}}\ (= \frac{84x^{-2}}{7x^{-3}})$ als $12^1\ (= 12x)$.

Wurzeln notiert CHUQUET mithilfe des Buchstaben R (= *racine*), versehen mit einem zusätzlichen Strich; die Ordnung einer Wurzel ist aus dem Exponenten ablesbar: $R^1 12 = 12, R^2 16 = 4, R^3 64 = 4, R^4 16 = 2, R^5 243 = 3$ usw., geschachelte Wurzeln kennzeichnet er durch Unterstreichen. Und er geht souverän mit Wurzeln um, z. B.

$R^2 \underline{14\ p\ R^2 180}\ (= \sqrt{14 + \sqrt{180}})$ ist das Gleiche wie $3\,p\,R^2 5\ (= 3 + \sqrt{5})$,

$R^2 \underline{7\ p\ R^2 40}\ (= \sqrt{7 + \sqrt{40}})$ ist das Gleiche wie $R^2 2\ p\ R^2 5\ (= \sqrt{2} + \sqrt{5})$

$R^6 \underline{22\ p\ R^2 384}\ (= \sqrt[6]{22 + \sqrt{384}})$ ist das Gleiche wie $R^3 \underline{4\ p\ R^2 6}\ (= \sqrt[3]{4 + \sqrt{6}})$,

Er stellt fest: Wenn die Quadratwurzel aus einer natürlichen Zahl berechnet werden soll, dann kann man oft bereits an der Endziffer ablesen, ob dies eine *racine parfaite* oder *imparfaite* ist, denn keine Quadratzahl endet auf 2, 3, 7 oder 8.

Beim Lösen der quadratischen Gleichung $12 + 3x^2 = 9x$ notiert er $x = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - 4}$, also Wurzeln mit negativem Radikand und bezeichnet sie – 100 Jahre vor BOMBELLI – als *unmögliche Wurzeln*. Er beschäftigt sich allgemein mit speziellen Gleichungen höheren Grades wie $ax^k = bx^{k+n}, ax^k + bx^{k+n} = cx^{k+2n}, ax^k = bx^{k+n} + cx^{k+2n}, ax^k + cx^{k+2n} = bx^{k+n}$, die auf quadratische Gleichungen zurückgeführt werden können, findet aber weder für die allgemeingültige Gleichung $4x^2 = 4x^2$ noch für $9x^2 = 5x^2$ eine Lösung. Hier gelingt es ihm auch nicht, über die Erkenntnisse seiner Vorgänger hinauszugehen.

Trotz der großartigen Fortschritte, die mit der Abfassung der *Triparty* verbunden sind, enthält das Werk auch etliche Stellen, die fehlerhafte oder undurchsichtige Rechnungen enthalten. - Zu den 1870 aufgefundenen Schriften CHUQUETs gehört auch eine umfangreiche Sammlung von traditionellen Aufgaben, von denen viele vom Typ sind *„Gesucht ist eine Zahl, die …“*; die Lösungen unterscheiden sich jedoch durch die Art, wie ansatzweise algebraische Verfahren systematisch angewandt werden. Ein weiterer Teil der Handschrift beschäftigt sich mit geometrischen Problemen, auch mit solchen, die für Handwerker von praktischen Nutzen sind (für jene aber vermutlich zu anspruchsvoll waren). Außerdem verfasste CHUQUET eine Abhandlung zum kaufmännischen Rechnen mit zahlreichen Problemen zur Zins- und Gewinnberechnung.