April 2022

Vor zwei Jahren starb **JOHN HORTON CONWAY** (26.12.1937–11.04.2020)

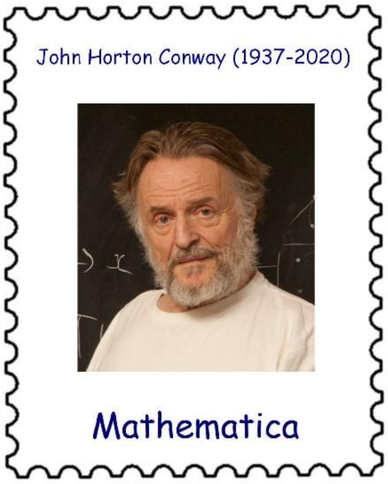


Foto © Denise Applewhite, Princeton University

Als JOHN HORTON CONWAY vor zwei Jahren infolge einer COVID 19-Infektion starb, übertrafen sich die Verfasser der Nachrufe über ihn mit Superlativen; *„einer der bedeutendsten Mathematiker des Jahrhunderts“* war eine eher zurückhaltende Einschätzung seiner Lebensleistungen.

JOHN wächst als drittes Kind des Chemielaboranten CYRIL HORTON CONWAY und seiner Frau AGNES in schwierigen Kriegs- und Nachkriegszeiten in Liverpool auf. Bereits während seiner Grundschulzeit verkündet der Junge seine Absicht, einmal Mathematiker in Cambridge zu werden.

Auch in der weiterführenden Schule erzielt er über dem Durchschnitt liegende Noten; an seine Leistungen in Mathematik kommt keiner seiner Mitschüler heran. Das Bachelorstudium in Cambridge schließt er im Jahr 1959 ab; ein anschließendes Forschungsstipendium führt ihn zu HAROLD DAVENPORT, ein international anerkannter Experte der Zahlentheorie, der ihm als Thema für seine Doktorarbeit den Beweis der WARING'schen Vermutung für den Fall $n = 5$ vorschlägt.

WARING‘sche Vermutung (1770): Für jede natürliche Zahl k existiert eine Zahl $g(k)$ derart, dass jede natürliche Zahl n als Summe von *höchstens g(k)* Potenzen mit Exponent k dargestellt werden kann; Bis heute sind bekannt und bewiesen: $g(2)=4,\ g(3)=9,\ g(4)=19,\ g(5)=37,\ g(6)=73,\ g(7)=143$

Beispiele: Jede natürliche Zahl kann dargestellt werden als Summe von *höchstens*

- vier Quadratzahlen: $7=2^2+1^2+1^2+1^2$; $31=5^2+2^2+1^2+1^2=3^2+3^2+3^2+2^2$,
- neun Kubikzahlen: $23=2^3+2^3+1^3+1^3+1^3+1^3+1^3+1^3+1^3$.

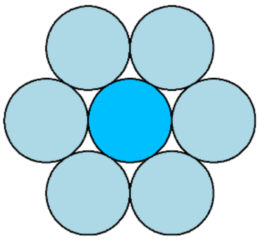
CONWAY gefällt dieses Thema nicht besonders und er schiebt den Beginn einer ernsthaften Recherche immer weiter vor sich her; ihn interessieren tausend andere Probleme mehr als dieses. DAVENPORT kommentiert dies später einmal mit den Worten: (*Unter meinen 14 Doktoranden*) *… hatte ich zwei herausragende Studenten*: ALAN BAKER (Gewinner der FIELDS-Medaille 1970) – *wenn ich diesem ein Problem stellte, dann kam er mit einer sehr guten Lösung zurück – und* JOHN CONWAY *– wenn ich dem ein Problem stellte, kam er mit einer sehr guten Lösung zu einem anderen Problem zurück.*

MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

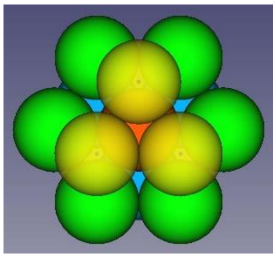
Schließlich rafft sich Conway 1964 auf und arbeitet vom frühen Morgen bis zum späten Abend an dem gestellten Thema, und nach sechs Wochen harter Arbeit ist der Beweis geschafft. Nach Durchsicht des Skripts hat Davenport jedoch statt eines Lobs nur Worte der Enttäuschung für Conway übrig: *Die Arbeit enthält nur das Nötigste für einen Beweis und keine neuen Ideen.* Conway zieht daraufhin seine Arbeit zurück, verfasst noch im selben Jahr eine neue Dissertation zum Thema *Homogeneous Ordered Sets*, erwirbt den Grad eines *Doctor of Philosophy* (Ph.D.). Endlich erfüllt sich damit sein Jugendtraum: Er wird Dozent an der Universität Cambridge.

Ein Beweis, dass $g(5) = 37$, wird – mit einem anderen Ansatz – noch im selben Jahr vom chinesischen Mathematiker Chen Jingrun (1933-1996) veröffentlicht. (Die auf der Briefmarke rechts eingetragene Formel bezieht sich auf Jingruns Beitrag zur Goldbach'schen Vermutung.)

Ein Ereignis des Jahres 1965 hat dann einen entscheidenden Einfluss auf Conways weiteren Lebensweg: Dem britischen Mathematiker John Leech gelingt eine Entdeckung bei einem Problem, das die Geometer nicht erst seit Johannes Kepler bewegt hat: *Welches ist die maximale Anzahl von gleich großen Kugeln, die eine im Zentrum liegende Kugel (von gleicher Größe) ohne Überschneidung berühren können?*



Im 2-dimensionalen Fall ergibt sich eine sog. *Kusszahl* von 6 (d. h., maximal sechs einander berührende Kreise können um einen Kreis mit dem gleichen Radius gelegt werden), im 3-dimensionalen Fall ist die Kusszahl gleich 12 (vgl. Wikipedia-Abb. von S. Wetzel rechts) – mit viel Leerraum zwischen den außenliegenden berührenden Kugeln.



Leech hatte für den 24-dimensionalen Fall eine besondere Gitterstruktur für das Problem entdeckt; aus diesem heute so genannten Leech-Gitter ergibt sich eine Kusszahl von 196.560 von außen berührenden 24-dim. Kugeln.

Im 2-dimensionalen Fall lassen sich die außenliegenden Kreise durch $60°$-Drehungen ineinander überführen – diese Drehungen bilden eine sog. *zyklische Gruppe* der Ordnung 6, vgl. die rechts stehende Tabelle.

	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
z_0 (0°)	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
z_1 (60°)	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_0
z_2 (120°)	z_2	z_3	z_4	z_5	z_0	z_1
z_3 (180°)	z_3	z_4	z_5	z_0	z_1	z_2
z_4 (240°)	z_4	z_5	z_0	z_1	z_2	z_3
z_5 (300°)	z_5	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4

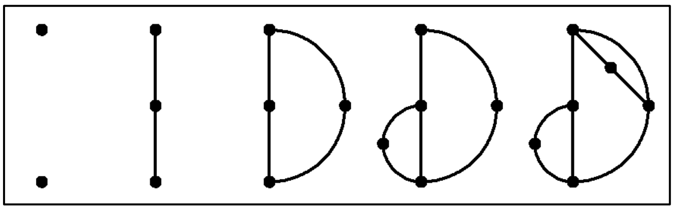
Leech war auf der Suche nach einer geeigneten Gruppe von Abbildungen für die von ihm entdeckte Struktur; da er sich aber in der Gruppentheorie nicht so gut auskennt, spricht er Experten in aller Welt an. Aber keiner der angeschriebenen Mathematiker kann helfen – bis Conway einen Aufsatz ankündigt, der 1969 im *Bulletin of the London Mathematical Society erscheint*: Die gesuchte Gruppe hat die Ordnung $8.315.553.613.086.720.000$.

Von nun an hat Conway ein Projekt gefunden, das er durch eine Reihe weiterer Beiträge voranbringt und das er maßgeblich zum Abschluss führt: 1985 erscheint *The ATLAS of Finite Groups*, ein Buch über Gruppentheorie mit einem Verzeichnis aller 93 endlichen einfachen Gruppen (Neuauflage: 2003); darunter sind auch drei Gruppen, die nach Conway benannt sind.

1988 veröffentlicht er (zusammen mit Neil J. A. Sloane): *Sphere packings, lattices and groups*, ein Überblick über den Stand der Forschung zum Thema *Kugelpackungen.*

Seit seiner Jugend hat Conway großes Interesse an Spielen im Allgemeinen und an Gewinnstrategien im Besonderen. Ständig denkt er sich Spiele aus und variiert die zugehörigen Spielregeln. So entstehen u. a. die Bücher *On numbers and games* (1976), das er innerhalb einer Woche fertigstellt, und *Winning ways for your mathematical plays* (zwei Bände 1982 und weitere zwei Bände 2003 und 2004).

Als Student erfindet er (zusammen mit Michael S. Patterson) das Papier- und Bleistiftspiel *Sprouts* für zwei Spieler: Zu Beginn werden auf einem Blatt n Punkte markiert. Abwechselnd verbinden die Spieler zwei beliebige Punkte miteinander (auch eine Schleife zum Punkt selbst ist zulässig) und tragen auf der Verbindungslinie einen weiteren Punkt ein. In einem Punkt dürfen allerdings höchstens drei Linien enden; außerdem dürfen sich die Linien nicht überschneiden. Wer als Letzter eine Linie einzeichnen kann, hat gewonnen. Aufgrund der Regel ist die Spieldauer nach maximal $3n-1$ Zügen beendet.

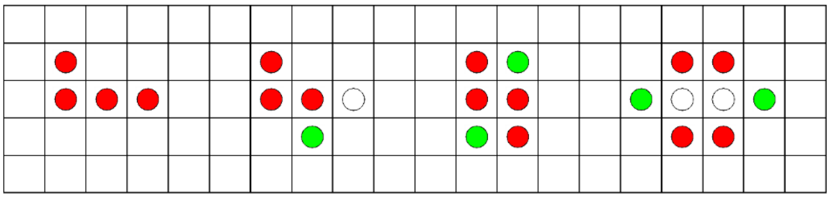


Der breiten Öffentlichkeit wird Conway 1970 durch die Erfindung des Spiels *Game of Life* bekannt – eigentlich handelt es sich um ein Spiel ohne Spieler, denn der Spielablauf wird allein durch den Anfangszustand des zellulären Automaten bestimmt.

Gespielt wird mit Spielsteinen auf einem unbegrenzt großen Schachbrett. Jedes Feld (sog. *Zelle*) hat genau acht Nachbarfelder. Zu Beginn werden einige Spielsteine für ein Startmuster ausgelegt. Das Muster wird schrittweise und für alle Zellen gleichzeitig nach folgenden Regeln verändert:

- *Überleben*: Jede Zelle mit *zwei oder drei* Nachbarn überlebt (der in der Zelle liegende Spielstein bleibt erhalten).
- *Tod*: Jede Zelle mit nur *einem* Nachbar stirbt an Einsamkeit, bei *vier oder mehr* Nachbarn stirbt sie wegen Überbevölkerung (der Spielstein wird im nächsten Schritt herausgenommen – in der folgenden Grafik durch weiße Steine angedeutet).
- *Geburt*: Jede leere Zelle mit *genau drei* Nachbarn ist eine Geburtszelle (ein neuer Spielstein wird im nächsten Schritt eingefügt – durch grüne Farbe hervorgehoben).

Das Spiel wird über Martin Gardners monatliche Rubrik *Mathematical Games* im *Scientific American* bekannt. Es ist vermutlich nicht nur ein Gerücht, dass für das *Game of Life* mehr Rechenzeit an Computern verbraucht wurde als für irgendein anderes Projekt. Conway selbst sucht anfangs wochenlang nach besonders interessanten Startkonfigurationen.



Conway entdeckt auch eine Methode, um aus einem magischen Quadrat der Ordnung $2n+1$ ein magisches Quadrat der Ordnung $4n+2$ zu erzeugen (sog. LUX-Methode), beispielsweise aus dem links abgebildeten magischen 3×3-Quadrat das rechts stehende 6×6-Quadrat.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

32	29	4	1	24	21
30	31	2	3	22	23
12	9	17	20	28	25
10	11	18	19	26	27
13	16	36	33	5	8
14	15	34	35	6	7

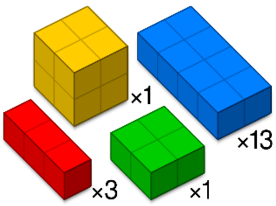
Dass die *Doomsday Rule* (*doomsday* = Tag des Jüngsten Gerichts) bis dahin noch niemandem aufgefallen war, erscheint verwunderlich, aber tatsächlich ist es CONWAY, der als erster Mathematiker eine grandiose Entdeckung im Kalender macht: Ihm war aufgefallen, dass die folgenden Tage des Jahres alle auf den gleichen Wochentag fallen:

Der letzte Tag im Monat Februar ist der *Doomsday*; auf den gleichen Wochentag fallen dann in den geraden Monaten auch die Tage 04.04., 06.06., 08.08., 10.10. und 12.12., außerdem noch in ungeraden Monaten die Tage 09.05. und 05.09. sowie 11.07. und 07.11. Wenn man also für ein bestimmtes Jahr den Wochentag des *Doomsday* kennt, dann kann man schnell (mit Rechnung modulo 7) den Wochentag eines beliebigen anderen Tags des Jahres ausrechnen. Merkt man sich noch für das Jahr 2000 den *Doomsday*-Wochentag $d = 2$ (Dienstag) und für das Jahr 1900 $d = 3$ (Mittwoch), dann ergibt sich bei Division der Zahl, die aus den letzten beiden Ziffern der Jahreszahl gebildet wird, durch 12 ein ganzzahliger Anteil a sowie ein Rest b; der „Koeffizient" c ist der ganzzahlige Anteil bei der Division des Rests b durch 4. Dann liefert die Summe $a+b+c+d$ den *Doomsday* des betreffenden Jahres.

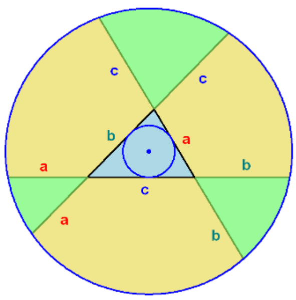
Beispiele: 26.12.1937 (CONWAYS Geburtstag): 37:12 = 3 Rest 1, also $a=3, b=1, c=0, d=3$; $a+b+c+d=7\equiv 0 \pmod 7$. Der 12.12.1937 war also ein Sonntag, daher auch der 26.12.1937.
11.04.2020 (CONWAYS Sterbetag): 20:12 = 1 Rest 8, also $a=1, b=8, c=2, d=2$; $a+b+c+d=13\equiv 6 \pmod 7$. Der 04.04.2020 war also ein Samstag, daher auch der 11.04.2020.

CONWAY verwendet dieses Spiel, um seine eigene geistige Beweglichkeit zu testen: Jedesmal, wenn er seinen Computer hochfährt, werden zunächst nacheinander zehn Zufalls-Daten ausgegeben, zu denen er den Wochentag eingeben muss, bevor er seinen Computer nutzen kann. Sein persönlicher Rekord: Zehn Daten in 10.66 Sekunden …

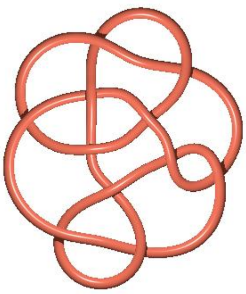
Es gibt kaum ein Gebiet der Rekreations-Mathematik, zu dem CONWAY nicht auch einen Beitrag geliefert hat. Er ist einer der Ersten, der eine Anleitung zur Theorie des RUBIK-Würfels veröffentlicht. Er denkt sich eine Kombination von 18 Quadern aus, die zusammen einen $5\times5\times5$-Würfel bilden (CONWAY-Puzzle, vgl. die Wikipedia-Grafik von Cmglee links).



In der Dreiecksgeometrie erfindet er eine Bezeichnungsweise, durch die einfachere Formeln entstehen (*CONWAY triangle notation*).

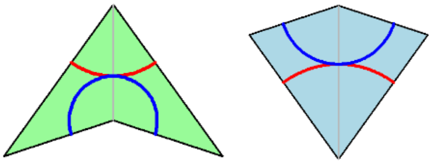


Nach ihm benannt ist der CONWAY-Kreis (vgl. rechts): Werden die Seiten eines Dreiecks jeweils um die Länge der gegenüberliegenden Dreieckseite verlängert, dann liegen die Endpunkte dieser Strecken auf einem Kreis mit Radius $R=\sqrt{r^2+s^2}$, wobei $s=\frac{1}{2}\cdot(a+b+c)$ der halbe Umfang des Dreiecks und r der Inkreisradius sind. Der Mittelpunkt des CONWAY-Kreises ist gleichzeitig auch Inkreismittelpunkt des Dreiecks.



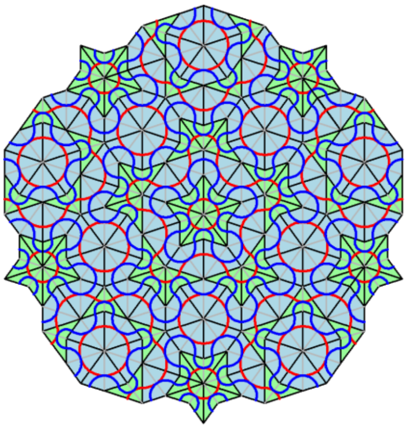
Neue Ordnung bringt er in die Knotentheorie, indem er eine neue Notation für Knoten einführt und Fehler in alten Tabellen korrigiert. Auch findet er den nach ihm benannten CONWAY-Knoten mit elf Überkreuzungen, vgl. die Grafik von Saung Tadashi links.

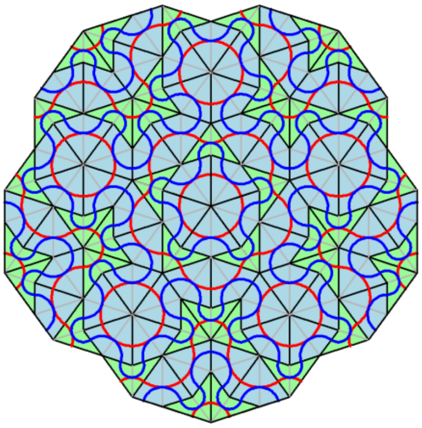
Durch seine vielfältigen Beiträge prägt CONWAY etliche Begriffe, die allgemein übernommen werden: Als sein Freund, der englische Physiker und Mathematiker ROGER PENROSE, in den 1970er Jahren Parkettierungen mit *goldenen* Dreiecken untersucht, gibt CONWAY den beiden Grundformen die Bezeichnungen *darts* (Pfeile) bzw. *kites* (Drachen). CONWAY schlägt vor, auf diesen Grundelementen zusätzliche Kreisbögen aufzutragen. Der Radius dieser Bögen ist dabei so gewählt, dass die *kites*- und *darts*-Seiten jeweils im Verhältnis des *goldenen Schnitts* geteilt werden.

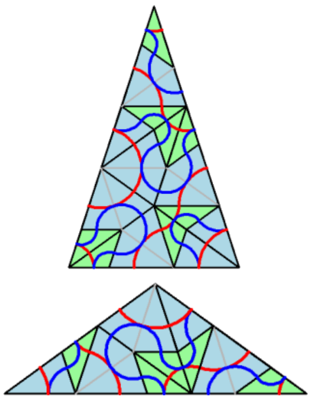


Außerdem sollen Anlegeregeln (*matching rules*) gelten: Nur solche *kites* und *darts* dürfen aneinandergelegt werden, bei denen die Kreisbögen jeweils gleicher Farbe ineinander übergehen.

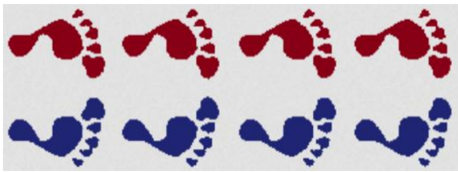
Gemäß dieser Regel können schrittweise wunderbar symmetrische Figuren *aufgebläht* werden (hier prägt CONWAY die Bezeichnung *inflation*, außerdem *star pattern* für die Figur links, *sun pattern* für die Figur in der Mitte). Umgekehrt sind auch Zerlegungen der goldenen Dreiecke möglich (*deflation*), vgl. die Figuren rechts.



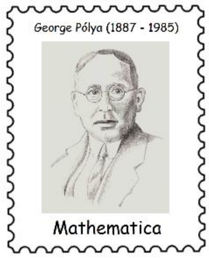




CONWAY hat auch die originelle Idee, die sieben möglichen Typen von Fries-Ornamenten mithilfe von Fußabdrücken zu charakterisieren: F1 („hop"), F2 („jump"), F3 („sidle"), F4 („spinning hop"), F5 („step"), F6 („spinning sidle"), F7 („spinning jump").

F1: 	F2: 
F3: 	F4: 
F5: 	F6: 
F7: 	

Zur Analyse von Spielen erfindet CONWAY 1974 die sog. *surrealen Zahlen* – eine Klasse von Zahlen, zu denen die reellen Zahlen ebenso gehören wie infinitesimal kleine oder unendlich große Zahlen; er hält sie für die wichtigste Entdeckung seines Lebens. (DONALD KNUTH: *CONWAY said to the numbers, 'Be fruitful and multiply'*.)



1986 verlässt CONWAY Cambridge und nimmt einen Ruf auf den renommierten *JOHN VON NEUMANN Chair of Applied and Computational Mathematics* in Princeton an. Im Laufe der Jahrzehnte erhält er zahlreiche Ehrungen und Auszeichnungen, u. a. ist er erster Preisträger des PÓLYA-Preises der *London Mathematical Society*.

Während seines gesamten akademischen Lebens ist CONWAY rast- und ruhelos – ständig hat er neue Ideen. Sein Arbeitszimmer quillt über von Manuskripten und bunten, selbst gebauten Modellen; dennoch findet er fast immer, was er sich auf irgendeinem Zettel notiert hat. Üblicherweise trägt er jahraus, jahrein Sandalen, im Sommer läuft er auch gerne barfuß herum; diese Gewohnheit aus Studienzeiten ändert er auch nicht im Alter. Gerne nimmt er Einladungen zu öffentlichen, populären Vorträgen oder zu Sommer-camps für Jugendliche an und lässt das an seinen Lippen hängende Publikum am Anfang über das Thema seines Vortrags abstimmen (aus einer spontan zusammengestellten Vorschlagsliste von zehn Themen); allerdings kommt es auch vor, dass er einen solchen Termin vergisst ... Durch seine unkonventionelle Art des Vortrags fasziniert er nicht nur Laien, sondern gleichermaßen auch Fachwissenschaftler, wie beispielsweise die 3000 Zuhörer beim Internationalen Mathematiker-Kongress in Zürich im Jahr 1994.

Seinen Studenten gibt er zwei Gedanken mit auf deren Weg:

- *Take it as axiomatic that you are stupid. If you think you have proved something, think again. Find the holes in your own proofs.*
- *If you have indeed discovered something, but then discover that someone else discovered it before you, consider yourself in good company, and mark your progress. If you find something already discovered 2000 years ago, then 200, then 20, at least you are improving. And then, if you're lucky, next maybe you'll discover something new.*

Zwei seiner Ehen scheitern, nicht nur wegen zahlreicher Affären – aus seinen drei Ehen gehen insgesamt sieben Kinder hervor. Nach dem Scheitern der zweiten Ehe unternimmt er einen Selbstmordversuch und leidet unter Depressionen. Seine ungesunde Lebensweise führt u. a. zu zwei Herzinfarkten, aber immer wieder erholt er sich – bis zu einem schweren Schlaganfall im Jahr 2018: Er muss in ein Pflegeheim, wo er noch regelmäßig Besucher empfängt, bis dann Anfang 2020 wegen der COVID-19-Pandemie keine Besuche bei ihm mehr möglich sind ...

SIOBHAN ROBERTS schreibt in ihrer Biografie über ihn: (*CONWAY is*) *a singular mathematician with a lovely loopy brain. He is ARCHIMEDES, MICK JAGGER, SALVADOR DALI, and RICHARD FEYNMAN all rolled into one – a singular mathematician, with a rock star's charisma, a sly sense of humor, a polymath's promiscuous curiosity, and a burning desire to explain everything about the world to everyone in it.*