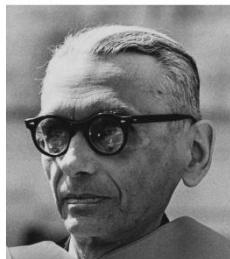


# Januar 2018

Vor 40 Jahren gestorben

**KURT GÖDEL** (28.04.1906 - 14.01.1978)

Kurt Gödel (1906 - 1978)

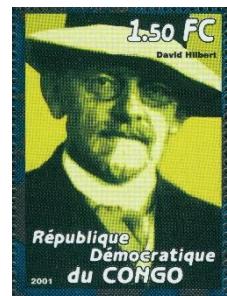


Mathematica

Im August 1900 präsentiert DAVID HILBERT, Präsident der Deutschen Mathematiker Vereinigung (DMV), auf dem Internationalen Kongress in Paris eine Liste mit 23 ungelösten Problemen der Mathematik, die seiner Meinung nach die Forschungsarbeit im bevorstehenden Jahrhundert beeinflussen werden. HILBERT ist von der Lösbarkeit eines jeden mathematischen Problems überzeugt: *Da ist das Problem, suche die Lösung. Du kannst sie durch reines Denken finden; denn in der Mathematik gibt es kein Ignorabimus.*

Drei Jahrzehnte nach dieser denkwürdigen

Rede erhält der HILBERT'sche Optimismus durch KURT GÖDEL, einem jungen Doktoranden der Wiener Universität, einen ersten Dämpfer: Im zweiten der 23 Probleme hatte HILBERT die Hoffnung ausgesprochen, dass bald eine widerspruchsfreie Axiomatisierung der Arithmetik gelingen würde. - Der italienische Mathematiker GIUSEPPE PEANO hatte 1889 ein Axiomensystem zur Arithmetik veröffentlicht, dessen Widerspruchsfreiheit im Jahr 1900 noch nicht geklärt war. 1928 hatte dann HILBERT selbst auf einem Kongress in Bologna einen Logikkalkül des formalen Schließens vorgestellt, von dem er annahm, dass hierdurch die Bedingung der Widerspruchsfreiheit erfüllt wäre. 1930 jedoch konnte KURT GÖDEL in seiner Abhandlung *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme* beweisen, dass grundsätzlich der Nachweis der Widerspruchsfreiheit einer Theorie nicht mit den Mitteln der Theorie allein erfolgen kann.



Die Bedeutung dieser Erkenntnis für die Entwicklung der Mathematik nahm die portugiesische Post im Jahr 2000 zum Anlass, auf den Millenniumsbriefmarken mit Portraits herausragender Persönlichkeiten, die die Wissenschaften im 20. Jahrhunderts besonders beeinflusst haben, neben HENRI POINCARÉ und ANDREI N. KOLMOGOROV auch ein Foto KURT GÖDELS abzubilden.

MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

KURT GÖDEL wird als Sohn des Miteigentümers einer Textilfabrik in Brünn, dem Zentrum der Provinz Mähren im Kaiserreich Österreich-Ungarn, geboren und erlebt dort eine glückliche Kindheit. Im Alter von sechs Jahren erkrankt er nach einer Streptokokkeninfektion an rheumatischem Fieber, erholt sich aber bald wieder. Diese Erkrankung hat jedoch lebenslange Auswirkungen: Als KURT acht Jahre alt ist, fängt er an, in medizinischen Büchern nachzulesen, welche Folgeschäden eine solche Krankheit haben kann, und er ist von da an bis zum Lebensende der hypochondrischen Überzeugung, dass er unter einer Herzschwäche leidet.

Die Stadt Brünn (tschechisch: Brno) hat vor dem ersten Weltkrieg noch eine überwiegend deutschsprachige Bevölkerung; nach 1918, also nach der Gründung der tschechoslowakischen Republik, verändert sich dies zwar, aber die Stadt bleibt weiterhin zweisprachig. Wie sein vier Jahre älterer Bruder RUDOLF besucht KURT GÖDEL deutschsprachige Schulen; während seiner Schulzeit erwirbt er sich den Spitznamen „Der Herr Warum“. 1923 legt er am örtlichen Realgymnasium die Reifeprüfung mit herausragenden Noten ab. Insbesondere die Leistungen in Latein und Mathematik sind beeindruckend: RUDOLF GÖDEL berichtet später, dass seinem Bruder während der gesamten Schulzeit kein einziger Grammatikfehler in Latein unterlaufen sei und dass er sich bereits während der Schulzeit mit mathematischen Themen beschäftigt habe, die erst an der Universität gelehrt werden.

KURT GÖDEL, der mittlerweile die österreichische Staatsangehörigkeit angenommen hat, folgt seinem Bruder nach Wien, wo dieser Medizin studiert, zunächst in der Absicht, ein Studium der Physik aufzunehmen. Dann ist er von den Mathematik-Vorlesungen von PHILIPP FURTWÄNGLER und HANS HAHN so fasziniert, dass er den Schwerpunkt wechselt. Wichtige Impulse für seine spätere Arbeit erhält GÖDEL im (später so genannten) Wiener Kreis, an dessen Diskussionen über die philosophischen Grundlagen der Wissenschaften er bereits als Student teilnehmen darf. An diesem Gesprächskreis, den HANS HAHN und der Philosoph MORITZ SCHLICK gegründet hatten, nehmen u. a. auch Persönlichkeiten wie der spätere Philosophieprofessor RUDOLF CARNAP und die Mathematiker RICHARD VON MISES und KARL MENGER teil.

1929 promoviert er bei HANS HAHN mit der Arbeit *Die Vollständigkeit des logischen Funktionenkalküls* (erster Ordnung). Hierin zeigt er, dass man Aussagen auf der Grundlage eines Axiomensystems beweisen kann. Im nächsten Schritt beschäftigt sich GÖDEL dann mit dem Ansatz von BERTRAND RUSSELL und ALFRED NORTH WHITEHEAD, die in ihrem 3-bändigen Werk *Principia Mathematica* versucht hatten, mathematische Sätze, die nicht Axiome sind, durch logische Schlüsse herzuleiten, und kommt zu dem für viele Mathematiker schockierenden Ergebnis, dass es - egal wie viele Axiome man dem System hinzufügt - immer weitere wahre Aussagen geben wird, die nicht aus dem System heraus beweisbar sind.

GÖDEL reicht seine Abhandlung (die heute als GÖDEL'scher Unvollständigkeitssatz bezeichnet wird) als Habilitationsschrift ein; ab März 1933 ist er dann berechtigt, als Privatdozent Vorlesungen an der Universität Wien halten.

Aufgrund seiner Aufsehen erregenden Entdeckung wird er zu Gastvorlesungen am frisch gegründeten Institute for Advanced Study in Princeton (New Jersey) eingeladen, muss aber seinen Aufenthalt dort aus gesundheitlichen Gründen abbrechen.



Während der mehrmonatigen Behandlung in einem Sanatorium erholt sich GÖDEL so weit, dass er im Herbst 1935 wieder nach Princeton zurückkehren kann; ein Monat später erfolgt jedoch der nächste Zusammenbruch. Aufgrund seiner Hypochondrie nimmt er regelmäßig Tabletten gegen die vermeintliche Herzschwäche, führt permanent Buch über die eigene Körpertemperatur und die Verdauung, führt nur geringe Mengen an Nahrung zu sich, um seinen Magen zu schonen, was sich wiederum auf seine physische Belastbarkeit auswirkt.

Die politischen Veränderungen in Österreich (Abschaffung demokratischer Strukturen durch Bundeskanzler ENGELBERT DOLFFUSS - *Astrofaschismus*) nimmt GÖDEL kaum zur Kenntnis. Als jedoch 1936 MORITZ SCHLICK von einem seiner ehemaligen Doktoranden ermordet wird, ist GÖDEL schockiert und kann monatelang nicht arbeiten. (Im Prozess rechtfertigt sich der Attentäter mit weltanschaulichen Argumenten. In der nationalsozialistischen Presse wird der Mörder als das eigentliche Opfer dargestellt, nach dem Anschluss Österreichs wird er auf Bewährung freigelassen.)

1937 hält GÖDEL Vorlesungen in Wien, im Sommersemester 1938 in Göttingen. Das Studienjahr 1938/39 verbringt er wieder in Princeton und in Indiana. Hier veröffentlicht er den Beitrag *The Consistency of the Axiom of Choice and of the generalized Continuum-Hypothesis with the Axioms of Set Theory*. Danach gilt: Wenn das um das Auswahlaxiom ergänzte Axiomensystem von ERNST ZERMELO und ABRAHAM FRAENKEL der Mengenlehre widerspruchsfrei ist (wovon die meisten Mathematiker ausgehen, was aber nach dem Unvollständigkeitssatz nicht mithilfe des Systems bewiesen werden kann), dann ist auch das erweiterte System, bei dem zusätzlich auch noch die Kontinuumshypothese als Axiom angenommen wird, in sich widerspruchsfrei.

Erst in den 1960er Jahren kann der Beweis durch PAUL COHEN dahingehend abgeschlossen werden, als er zeigt, dass man die Kontinuumshypothese nicht aus den Axiomen der Mengenlehre folgern kann, so dass sie als zusätzliches Axiom hinzugenommen werden kann (oder auch die Negation der Kontinuumshypothese). COHEN erhielt für seinen Beweis die FIELDS-Medaille.

**Kontinuumshypothese** (nach GEORG CANTOR, 1878): Es gibt keine Menge, deren Mächtigkeit zwischen der Mächtigkeit der natürlichen Zahlen und der Mächtigkeit der reellen Zahlen liegt.

**Auswahlaxiom** (nach ERNST ZERMELO, 1904): Zu jeder Menge von nichtleeren Mengen existiert eine Funktion, durch die aus jeder dieser Mengen ein Element ausgewählt werden kann.

Kurz vor der erneuten USA-Reise heiratet er ADELE PORKERT. Mit dieser sechs Jahre älteren Frau hatte er seit Ende der 1920er Jahre ein Verhältnis. Die Beziehung zu einer geschiedenen Frau, die ihren Lebensunterhalt als Tänzerin in einem Nachtclub verdient hatte, war von seinen Eltern missbilligt worden, sodass er sie lange geheim hielt. In den Jahren bis zu GÖDELS Tod kümmert sich seine Frau ADELE aufopfernd um ihren Mann. Als sich bei GÖDEL die wahnhafte Idee entwickelt, man versuche, ihn zu vergiften, muss sie alle Speisen kosten, bevor er davon etwas zu sich nimmt.

Im Unterschied zu anderen Privatdozenten wird GÖDELS Berechtigung, an der Wiener Universität Vorlesungen zu halten, nach dem Anschluss Österreichs an das Deutsche Reich von der neuen Universitätsverwaltung zögerlich behandelt - möglicherweise, weil man ihn wegen seiner zahlreichen jüdischen Bekannten selbst als Juden „verdächtigt“. Statt dessen erhält er einen Musterungsbescheid, und trotz seiner schlechten Konstitution wird er als wehrtauglich eingestuft.

Erst jetzt erkennt er den Ernst der Lage; nahezu in letzter Minute erhält er (durch Vermittlung von JOHN VON NEUMANN) für sich und seine Frau ein Visum für die USA und von den NS-Behörden die Genehmigung zur Ausreise. Nach einer mühsamen Fahrt mit der transsibirischen Eisenbahn und einer Schiffsspassage von Japan aus nach San Franzisko kommt er Mitte März 1940 in Princeton an, wo er zunächst Jahresverträge als Dozent erhält, dann bis 1953 eine feste Anstellung; danach hat er bis zu seinem Lebensende eine Professur ohne Vorlesungsverpflichtungen inne.



1947 erhält GÖDEL die amerikanische Staatsangehörigkeit. Bei der Anhörung, in der er Kenntnisse des Landes und der Verfassung nachweisen soll, weist er den zuständigen Richter auf Widersprüche in der amerikanischen Verfassung hin - aber dank der Souveränität des Richters und der Begleiter GÖDELS (ALBERT EINSTEIN und OSKAR MORGENTHORN) geht das Prüfungsgespräch dann doch zu seinen Gunsten aus.

Zu EINSTEIN entwickelt sich eine enge freundschaftliche Beziehung; bis zu dessen Tod im Jahr 1955 holt EINSTEIN, so oft es geht, GÖDEL zu einem langen gemeinsamen Spaziergang ab, was zu dessen Stabilisierung beiträgt.

An EINSTEINS 70. Geburtstag im Jahr 1949 präsentiert GÖDEL eine bis dahin noch unbekannte Lösung der EINSTEIN'schen Gleichungen zur Gravitationstheorie: Dieses GÖDEL'sche Universum ist ein rotierendes System mit einer Umlaufzeit von 70 Millionen Jahren; jede Reise im Raum ist eine Zeitreise.

Nach dem Tod von EINSTEIN und von NEUMANN (1957) zieht sich GÖDEL immer mehr zurück; seine letzte Abhandlung erscheint 1958.

Als ADELE GÖDEL 1977 einen Schlaganfall erleidet und sechs Monate lang im Krankenhaus liegt, verliert GÖDEL jeden Halt. Da es nun niemanden mehr gibt, der sein Essen vorkostet, nimmt er fast keine Nahrung mehr zu sich. Nach den sechs Monaten wiegt er nur noch 30 kg - seine Einlieferung in ein Krankenhaus erfolgt zu spät: Wenige Tage später stirbt er an Entkräftung.

Zu Lebzeiten wird GÖDEL durch zahlreiche Ehrenmitgliedschaften geehrt; nur Ehrungen aus seiner alten Heimat Österreich nimmt er nicht an.

Nachtrag: Der GÖDEL'sche Unvollständigkeitssatz hatte auch Konsequenzen im Hinblick auf eine bedeutende Fragestellung der theoretischen Informatik, das sog. Entscheidungsproblem: Gibt es einen Algorithmus, durch den für jede (ausreichend formalisierte) Aussage der Mathematik entschieden werden kann, ob diese wahr oder falsch ist? Wenn es einen solchen Algorithmus gibt, der dies leistet, dann kann man seine Existenz am einfachsten dadurch nachweisen, dass man ihn angibt. Wie aber soll man nachweisen, dass es keinen solchen Algorithmus gibt? Und wie soll ein solcher Nachweis aussehen, der ja selbst auch ein Algorithmus ist?

1936 erschien ALAN TURINGS Beitrag *On Computable Numbers with an application to the Entscheidungsproblem*, in der er einen einfachen abstrakten Rechenautomaten beschreibt (die heute so genannte TURING-Maschine), der einer endlichen Menge von festen Regeln folgt.

