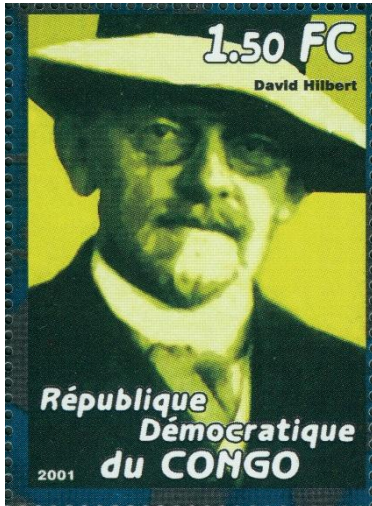


# November 2010

Vor 100 Jahren wirkte

**DAVID HILBERT** (23.01.1862 - 14.02.1943)



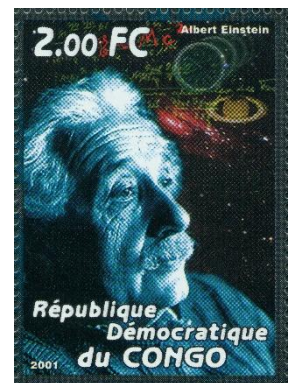
Dass sich keine der deutschen Postverwaltungen bisher veranlasst sah, an DAVID HILBERT zu erinnern, einen der bedeutendsten deutschen Mathematiker, die je gelebt haben, ist ein Rätsel - vielleicht wird es im Januar 2012 (150. Geburtstag) gelöst. Für die *Demokratische Republik Congo* (früher: *Zaire*) ist HILBERT immerhin eine der zwölf *Persönlichkeiten des 20. Jahrhunderts*.

Außergewöhnlich an HILBERT ist die Tatsache, dass er sich während seiner langen wissenschaftlichen Tätigkeit mit sehr unterschiedlichen Gebieten der Mathematik beschäftigt und jede der Schaffensphasen mit einer herausragenden Veröffentlichung abschlossen hat.

Nachdem er in der sogenannten Invariantentheorie neue Zugänge und Einsichten eröffnet hat, folgen in den 90er Jahren wichtige Beiträge zur algebraischen Zahlentheorie, von 1899 an eine intensive Beschäftigung mit den *Grundlagen der Geometrie*, wie dann auch der Titel seiner Veröffentlichung lautet.

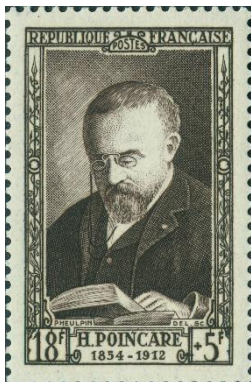
In der zweiten Hälfte des ersten Jahrzehnts des 20. Jahrhunderts forscht er über Fragen der Analysis; ihm zu Ehren werden besondere Vektorräume als HILBERT-Räume bezeichnet; diese rein mathematisch definierten Strukturen finden überraschenderweise später in der Quantenmechanik ihre Anwendung.

Ab 1910 vertieft er sich in Probleme der mathematischen Physik; sein Beitrag zur Allgemeinen Relativitätstheorie erscheint - obwohl vorher eingereicht - wenige Tage nach dem von ALBERT EINSTEIN, ohne dass er einen Gedanken darauf verwendet, mit diesem in einen Prioritätenstreit einzutreten. In seinen letzten Jahrzehnten (ab 1918) setzt er sich mit den Grundlagen der Mathematik auseinander, insbesondere den Fragen der Formalisierung (HILBERT-Programm); seine Forschungsergebnisse werden 1934 und 1939 in zwei Bänden veröffentlicht.



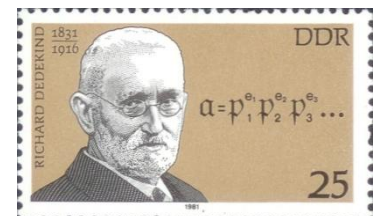
MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

DAVID HILBERT wächst in Königsberg (Ostpreußen) auf; ein Jahr vor der Abiturprüfung im Jahr 1880 wechselt er vom traditionell ausgerichteten *Collegium Fridericianum*, an dem u. a. auch IMMANUEL KANT seine Reifeprüfung ablegte, an das *Königliche Wilhelms-Gymnasium*, das stärker mathematisch-naturwissenschaftlich orientiert ist. Zwar erzielt HILBERT in Mathematik die bestmögliche Abschlussnote, jedoch spielt das Fach in seiner Schulzeit keine besondere Rolle, wie er im Rückblick feststellt, „.... denn ich wusste ja, dass ich das später tun würde.“ Sein Vater, ein Jurist, ist von den Berufschancen eines Mathematikers nicht überzeugt, lässt ihn aber gewähren. Nach fünf Studienjahren an der *Albertina*, der Universität von Königsberg, promoviert er bei FERDINAND LINDEMANN (dieser hatte Weltruhm erlangt, als er nachweisen konnte, dass  $\pi$  eine *transzendente Zahl* ist, woraus folgt, dass die Quadratur des Kreises mit Zirkel und Lineal nicht möglich ist). Nach kurzen Studienaufenthalten in Leipzig (FELIX KLEIN)



und Paris (HENRI POINCARÉ, CHARLES HERMITE) habilitiert er sich in Königsberg, wird dort Privatdozent, mit 30 Jahren dann außerordentlicher Professor. 1895 erhält er einen Ruf nach Göttingen, seit CARL FRIEDRICH GAUSS eine der bedeutenden Stätten mathematischer Forschung in Deutschland. Durch HILBERT wird Göttingen zu dem internationalen Zentrum für Mathematik und Physik. Trotz zahlreicher Angebote bleibt er bis zu seinem Lebensende in Göttingen; ab 1933 muss er erleben, wie sein Lebenswerk durch die nationalsozialistische Rassenpolitik zerstört wird.

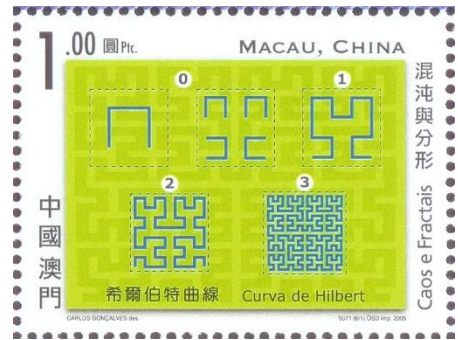
Als er 1897 von der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) gebeten wird, eine Übersicht über den aktuellen Forschungsstand der algebraischen Zahlentheorie zu erstellen, verfasst er - in Zusammenarbeit mit seinem Studienfreund HERMANN MINKOWSKI (zu dieser Zeit noch in Königsberg, später in Göttingen) - den sog. *Zahlbericht*, in dem er die Theorien ERNST EDUARD KUMMERS, LEOPOLD KRONECKERS und RICHARD DEDEKINDS systematisiert, hinsichtlich der Bezeichnungsweisen vereinheitlicht sowie Beweislücken aufdeckt und schließt.



Nach Abschluss des *Berichts* bemüht sich HILBERT darum, die EUKLIDISCHE Geometrie auf ein unangreifbares axiomatisches Fundament zu stellen. Er formuliert ein vollständiges System aus 20 Axiomen, von denen alle Sätze der Geometrie im dreidimensionalen Raum (im strengen logischen Sinne) abgeleitet werden können. Zwar verwendet auch HILBERT anschauliche Begriffe wie Punkt, Gerade oder Ebene; man könne sie aber - wie er sagt - auch durch Begriffe wie *Tische*, *Stühle* und *Bierseidel* ersetzen. Diese geometrischen Objekte werden beschrieben durch acht Axiome der Inzidenz (z. B. (I.1): Zwei voneinander verschiedene Punkte  $P$  und  $Q$  bestimmen stets eine Gerade  $g$ .), vier Axiome der Anordnung (z. B. (II.1): Wenn  $B$  zwischen  $A$  und  $C$  liegt, so liegt  $B$  auch zwischen  $C$  und  $A$ .), fünf Axiome der Kongruenz (III), das Parallelenaxiom (IV.): Es sei  $g$  eine beliebige Gerade und  $P$  ein Punkt außerhalb von  $g$ . Dann gibt es in der durch  $g$  und  $P$  bestimmten Ebene höchstens eine Gerade  $g'$ , die durch  $P$  verläuft und  $g$  nicht schneidet.) sowie zwei Axiome der Stetigkeit (z. B. das ARCHIMEDISCHE Axiom (V.1): Sind  $AB$  und  $CD$  irgendwelche Strecken, so gibt es eine Anzahl  $n$  derart, dass das  $n$ -malige Hintereinanderabtragen der Strecke  $CD$  von  $A$  aus auf den durch  $B$  gehenden Halbstrahl über den Punkt  $B$  hinausführt.)



Im Jahr 1900 hat HILBERTS Ansehen einen Höhepunkt erreicht; er wird zum Präsidenten der DMV gewählt und eingeladen, einen der Hauptvorträge auf dem 2. Internationalen Mathematikerkongress in Paris zu halten. Er gibt einen programmatischen Ausblick auf die Forschungsthemen des bevorstehenden Jahrhunderts: *Welche besonderen Ziele werden es sein, denen die führenden mathematischen Geister der kommenden Geschlechter nachstreben? Welche neuen Methoden und neuen Tatsachen werden die neuen Jahrhunderte entdecken - auf dem weiten und reichen Felde mathematischen Denkens? - Seine Liste mit 23 ungelösten Problemen beeinflusst die Forschung in erheblichem Maße, verspricht doch die Lösung eines HILBERT'schen Problems großen Ruhm. HILBERT ist von der Lösbarkeit eines jeden mathematischen Problems überzeugt: (Die Lösbarkeit ...) ... ist uns ein kräftiger Ansporn während der Arbeit; wir hören in uns den steten Zuruf: Da ist das Problem, suche die Lösung. Du kannst sie durch reines Denken finden; denn in der Mathematik gibt es kein Ignorabimus!*



Dieser Optimismus erleidet im Laufe der Jahre starke Dämpfer: Im zweiten der 23 Probleme hatte HILBERT die widerspruchsfreie Axiomatisierung der Arithmetik angesprochen. GIUSEPPE PEANO hatte 1889 ein Axiomensystem veröffentlicht, dessen Widerspruchsfreiheit jedoch ungeklärt war. (Unter Widerspruchsfreiheit versteht man die Unmöglichkeit, innerhalb eines gegebenen Axiomensystems sowohl eine Aussage als auch die Negation dieser Aussage ableiten zu können.)

In einem Vortrag auf einem Kongress in Bologna 1928 legt HILBERT einen Logikkalkül des formalen Schließens vor; er hofft, dass auf dieser Basis der Nachweis der Widerspruchsfreiheit gelingen wird. 1931 zeigt jedoch der Österreicher KURT GÖDEL, dass der Nachweis der Widerspruchsfreiheit einer Theorie nicht mit den Mitteln der Theorie allein erfolgen kann. - Auch das erste HILBERT'sche Problem hat sich als unentscheidbar herausgestellt: GEORG CANTOR hatte 1878 die Kontinuumshypothese (C. H.) aufgestellt: *Es gibt keine Menge, deren Mächtigkeit zwischen der Mächtigkeit der natürlichen Zahlen und der Mächtigkeit der reellen Zahlen liegt.* Zwar



gelingt im Jahr 1925 JOHN VON NEUMANN, einem der 69 Doktoranden HILBERTS, ein widerspruchsfreier, axiomatischer Aufbau der Mengenlehre (HILBERT: *Aus dem Paradies, das CANTOR uns geschaffen, soll uns niemand vertreiben können.*), aber in den 1960er Jahren zeigt PAUL COHEN, dass man die C. H. nicht aus den Axiomen der Mengenlehre folgern kann, so dass sie als zusätzliches Axiom hinzugenommen werden kann (oder auch die Negation der C. H.).

HILBERTS Tod wenige Tage nach der Kapitulation in Stalingrad wird von der Öffentlichkeit kaum wahrgenommen; zu Gedenkveranstaltungen kommt es aber in den USA, wo mittlerweile die meisten seiner Schüler arbeiten. Der Grabstein auf dem Göttinger Stadtfriedhof trägt die optimistischen Worte HILBERTS: *Wir müssen wissen. Wir werden wissen.*