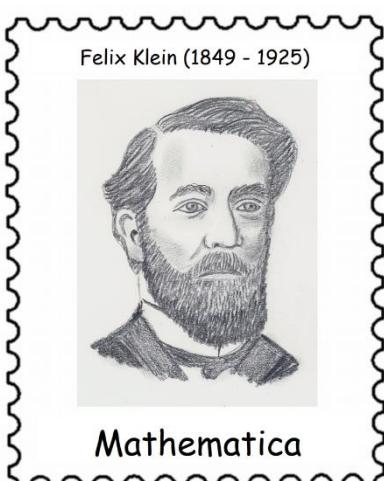


# August 2012

Vor 140 Jahren wirkte

**FELIX KLEIN**

(25.04.1849 - 22.06.1925)



Schon sein Geburtsdatum hatte mit Mathematik zu tun - gerne verwies FELIX KLEIN, der in Düsseldorf geborene Sohn eines preußischen Verwaltungsbeamten, darauf, dass sich das Datum aus lauter Quadratzahlen zusammensetzt ( $5^2, 2^2, 43^2$ ). Alle Veröffentlichungen, die sich mit dem Leben und Wirken von KLEIN beschäftigen, betonen seine hervorragende Bedeutung für die Weiterentwicklung der Mathematik sowohl als Fachwissenschaft als auch als Unterrichtsfach und stellen seine Erfolge in der Organisation des Wissenschaftsbetriebs heraus; gleichwohl gehört er nicht zu den Persönlichkeiten, an die bisher durch eine Briefmarke erinnert wurde.

Nach erfolgreichem Schulbesuch nimmt FELIX KLEIN mit 16 Jahren ein Studium der Mathematik und Experimentalphysik in Bonn auf, promoviert mit 19 Jahren über ein Thema aus der „Liniengeometrie“ seines Lehrers JULIUS PLÜCKER, forscht und publiziert weiter über Fragen der Geometrie, wie etwa zur Weiterentwicklung des Koordinatenbegriffs und der Dimension des Raums.

Einen Studienaufenthalt in Paris bei CAMILLE JORDAN muss er 1870 wegen des beginnenden deutsch-französischen Kriegs abbrechen. 1871 habilitiert er sich bei ALFRED CLEBSCH in Göttingen, ist dort als Privatdozent tätig, bevor er 1872, mit 23 Jahren, eine Professur in Erlangen übernimmt.

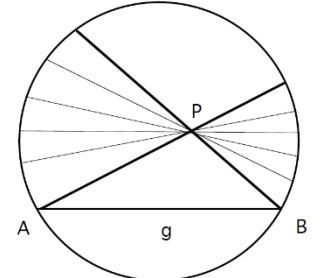
Seine Schrift *Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen* geht als KLEINS Erlanger Programm in die Wissenschaftsgeschichte ein. Seit der Entdeckung nichteuklidischer Geometrien zu Beginn des 19. Jahrhunderts durch NIKOLAI IWANOWITSCH LOBATSCHESKI und JÁNOS BOLYAI beschäftigt die Fachwissenschaft die Frage „Gibt es eine Geometrie oder viele?“. KLEIN zeigt nun mithilfe der Gruppentheorie, dass sich alle diese Geometrien als Spezialfälle der Projektiven Geometrie einordnen lassen.



MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

In seiner Schrift verwendet KLEIN die seitdem üblichen Bezeichnungen *Hyperbolische Geometrie* für die nichteuklidischen Ansätze von BOLYAI und LOBATSCHESKI, *Elliptische Geometrie* für die Kugelgeometrie sowie *Parabolische Geometrie* für die euklidische Geometrie. Angeregt durch eine Veröffentlichung des italienischen Mathematikers EUGENIO BELTRAMI entwickelt KLEIN ein Modell der hyperbolischen Geometrie, bei der es zu einer Geraden und einem Punkt mindestens zwei Geraden gibt, die durch den Punkt verlaufen und zu der Geraden parallel sind.

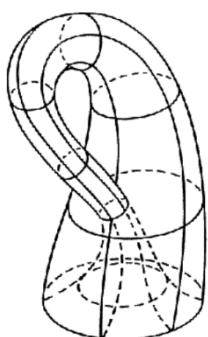
Das Innere eines Kreises ist dabei die *Ebene*, innerhalb des Kreises liegende Sehnen  $AB$  (ohne die auf der Kreislinie liegenden Endpunkte) sind die *Geraden*  $g$  dieser Geometrie. Dann gibt es zu jeder *Geraden*  $AB$  und zu jedem Punkt  $P$  außerhalb dieser *Geraden* beliebig viele *Parallelen*, nämlich alle *Geraden*, die nicht durch das Dreieck  $ABP$  verlaufen.



1875 wechselt FELIX KLEIN an die Technische Hochschule in München. Dort richtet er einen verbindlichen 4-semestriegen Vorlesungszyklus *Höhere Mathematik für Ingenieurstudenten* ein, eine Neuerung, die von den übrigen Technischen Hochschulen in Deutschland übernommen wird.

1880 wird KLEIN als Professor für Geometrie an die Universität Leipzig berufen. Innerhalb kürzester Zeit setzt er dort die Idee zur Gründung eines *Mathematischen Seminars* um, d. h. eines eigenen Gebäudes, in dem die Fachvorlesungen stattfinden und das eine Fachbibliothek umfasst - einschließlich einer Sammlung von Modellen zur Veranschaulichung geometrischer Sachverhalte. Nach diesem Vorbild entstehen bald ähnliche Einrichtungen an anderen Universitäten. Auch hier führt er verbindliche Anfängervorlesungen ein; diese werden durch Übungen ergänzt. Bereits in seiner Leipziger Antrittsvorlesung *Über die Beziehungen der neueren Mathematik zu den Anwendungen* wirbt er für eine enge Zusammenarbeit zwischen Hochschule und Industrie und fordert die Einrichtung eines Lehrstuhls für *Angewandte Mathematik*.

1882 entdeckt er ein geometrisches Objekt, bei dem man innen und außen nicht unterscheiden kann; es wird heute als *KLEIN'sche Flasche* bezeichnet (möglicherweise wegen eines Übersetzungsfehlers ins Englische - Verwechslung der Wörter *Flasche* und *Fläche*).



KLEIN steht jetzt auf dem Höhepunkt seiner fachlichen Schaffenskraft: In einem Beitrag *Über RIEMANNS Theorie der algebraischen Funktionen und ihre Integrale* zeigt er Verbindungen zwischen verschiedenen Gebieten der Mathematik auf. Bei der Untersuchung der

Abbildungen des regulären Ikosaeders auf sich entdeckt er Zusammenhänge mit dem Problem der algebraischen Lösung von Gleichungen 5. Grades. (In der Vorlesung hierüber erwähnt er auch die kleinste nicht-zyklische Gruppe, die heute ihm zu Ehren als *KLEIN'sche Vierergruppe* bezeichnet wird: Es handelt sich um eine Gruppe mit vier Elementen, interpretierbar z. B. als Symmetriegruppe eines Rechtecks.)

	1	$a$	$b$	$ab$
1	1	$a$	$b$	$ab$
$a$	$a$	1	$ab$	$b$
$b$	$b$	$ab$	1	$a$
$ab$	$ab$	$b$	$a$	1

Im Herbst 1882 kommt es jedoch zu einem physischen und psychischen Zusammenbruch: Auslöser ist eine fachlich-persönliche Auseinandersetzung mit dem französischen Mathematiker HENRI POINCARÉ.



Dieser hatte - in Unkenntnis - eine bestimmte Klasse von Abbildungen als FUCHS'sche Funktionen bezeichnet, obwohl KLEIN und nicht LAZARUS FUCHS diese entdeckt hatte. Der anfangs nur fachbezogene Schriftwechsel der beiden genialen Mathematiker entwickelt sich bald zum erbitterten Streit zweier Konkurrenten. Als POINCARÉ schließlich neue Erkenntnisse in der nichteuklidischen Geometrie veröffentlicht, eigentlich dem Spezialgebiet KLEINS, ist dies Auslöser einer Schaffenskrise bei KLEIN. In einer Phase der Depression beschließt er, seine mathematische Forschungsarbeit zu beenden, um sich so vom Konkurrenzdruck zu befreien.

FRIEDRICH ALTHOFF, einflussreicher Ministerialbeamter des preußischen Kulturministeriums, gelingt es, KLEIN durch ein attraktives Angebot wieder zu aktivem Handeln zu motivieren: 1886 wechselt KLEIN an die Universität Göttingen. Dank der fruchtbaren Zusammenarbeit zwischen KLEIN und ALTHOFF hinsichtlich der Berufungen wird die Universität bald zum weltweit wichtigsten Zentrum für Mathematik. KLEIN gründet mit HEINRICH WEBER die *Mathematische Gesellschaft*, die wöchentlich zu einem Vortrag zusammenkommt. Er regt an, dass alle Vorlesungen ausgearbeitet werden und in einem Lesezimmer zur Verfügung stehen. KLEIN ist auch Mitbegründer der Deutschen Mathematiker Vereinigung (1890); er übernimmt die Herausgeberschaft der *Mathematischen Annalen* und entwickelt diese zur angesehensten Fachzeitschrift.

Ab 1893 werden auch Frauen zum Mathematikstudium in Göttingen zugelassen. Unter den insgesamt 48 Promotionen, die KLEIN betreut, ist auch die von GRACE CHISHOLM YOUNG, der ersten Frau, die in Deutschland in Mathematik promoviert wurde.

Besondere Anliegen sind für ihn die Ausbildung der Mathematiklehrer und die Gestaltung des Mathematikunterrichts an Schulen. Er verfasst das dreibändige Werk *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*, um den Lehrern zu helfen, die Diskrepanz zwischen den an der Hochschule gelehrteten Inhalten und den in den Schulen üblichen Unterrichtsthemen zu bewältigen und diese einzuordnen. Vehement setzt er sich für eine Stärkung des räumlichen Anschauungsvermögens im Mathematikunterricht ein, fordert die Erziehung zum funktionalen Denken sowie die Behandlung der Differenzial- und Integralrechnung als verbindliches Unterrichtsthema im Gymnasium (dieser Punkt der wesentlich durch KLEIN beeinflussten Meraner Lehrplanentwürfe von 1905 wird allerdings erst im Jahr 1925 umgesetzt). KLEIN und ALTHOFF sorgen dafür, dass in Göttingen der erste Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik eingerichtet wird. Und dass nach der Reform des deutschen Schulsystems im Jahr 1900 die mathematisch-naturwissenschaftliche Bildung als gleichwertig zur humanistischen angesehen wird, ist ebenfalls nicht zuletzt ein Verdienst KLEINS, der seine Überzeugungen auch als Vorsitzender der *Internationalen Kommission zur Förderung des mathematischen Unterrichts* über die Grenzen Deutschlands hinaus verbreitet.

Nach seiner Emeritierung im Jahr 1913 setzt sich FELIX KLEIN, der in einer Würdigung respektvoll als *Papst und Außenminister der Mathematik* bezeichnet wird, nicht zur Ruhe. Dank seiner weitreichenden Beziehungen gewinnt er namhafte Autoren für die *Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluß ihrer Anwendungen*. Auch arbeitet er seine Vorlesungen aus, darunter *Über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*.