

April 2019

Vor 194 Jahren gestorben **JOHANN FRIEDRICH PFAFF** (22.12.1765 - 21.04.1825)

Johann Friedrich Pfaff (1765 - 1825)



Mathematica

PIERRE SIMON LAPLACE bezeichnete ihn als den bedeutendsten Mathematiker Deutschlands und er meinte damit nicht CARL FRIEDRICH GAUSS, sondern JOHANN FRIEDRICH PFAFF. Allerdings gab der französische Gelehrte diese Einschätzung zu einem Zeitpunkt ab, als der zukünftige *Princeps Mathematicorum* noch nicht an die Öffentlichkeit getreten war. PFAFF ist heute nur noch den wenigsten bekannt, doch spielte er eine wichtige Rolle im Leben von GAUSS ...

JOHANN FRIEDRICH PFAFF wächst als zweiter von sieben Söhnen eines hohen Regierungsbeamten in der württembergischen Hauptstadt Stuttgart auf. Sein Weg ist durch die Tradition der Familie vorgezeichnet: An der Eliteschule für Söhne der höheren Schicht, der *Hohen Karlsschule*, werden die zukünftigen Staatsdiener (Verwaltungsbeamte, Juristen, Offiziere, Mediziner, Baumeister) mit militärischem Drill ausgebildet - oft in einer unerträglich autoritären Weise, wie man dies von FRIEDRICH SCHILLER weiß, der diese Schule auf Befehl des Herzogs KARL EUGEN (und gegen den Willen seiner Eltern) besuchen musste.

Zwar spielt die Mathematik während der schulischen Ausbildung nur eine geringe Rolle (z. B. bei ballistischen Berechnungen oder Planungen von Festungsbauten), aber der junge *Élève* fällt seinen Lehrern durch seine außergewöhnliche Auffassungsgabe auf. Mit 15 Jahren arbeitet PFAFF selbstständig EULERS *Introductio in analysis infinitorum* durch; mit 17 Jahren wird er aufgrund seiner überdurchschnittlichen Leistungen zum *Chevalier* ernannt.

Der Schulbesuch endet im Alter von 20 Jahren ohne ein formelles Prüfungsverfahren, was sich wegen der permanenten Leistungskontrollen erübrigt. Zur weiteren Ausbildung schickt ihn der Herzog mit einem großzügigen Stipendium nach Göttingen, wo PFAFF kurzfristig eine Arbeit zur Astronomie verfasst und damit einen Preis gewinnt. Nach zweijähriger Studienzeit bei ABRAHAM GOTTHELF KÄSTNER und GEORG CHRISTOPH LICHTENBERG geht es weiter nach Berlin zu einem Astronomie-Praktikum bei JOHANN ELERT BODE, der durch seine Arbeiten über die Bahn des 1781 von WILHELM HERRSCHEL entdeckten Planeten Uranus berühmt geworden war.



MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

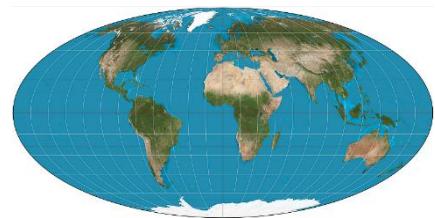
Pflichtgemäß hält der Stipendiat PFAFF den herzoglichen Hof über seine Aktivitäten auf dem Laufenden; umgekehrt erhält er von dort seine Instruktionen. Nach Verfassen der Schrift *Commentatio de ortibus et occasibus siderum apud auctores classicos commemoratis* (Abhandlung über die Auf- und Untergänge von Gestirnen, die bei klassischen Autoren erwähnt sind - einschl. der von diesen angewandten Methoden) wird PFAFF 1786 promoviert (Betreuer: KÄSTNER und BODE).

Als 1788 der Mathematik-Lehrstuhl der Universität Helmstedt (Fürstentum Braunschweig-Wolfenbüttel) frei wird, drängt LICHTENBERG seinen früheren Studenten, sich um diese Stelle zu bewerben. Zunächst aber muss PFAFF beim Herzog beantragen, aus dem Dienst des Herzogtums Württemberg entlassen zu werden.

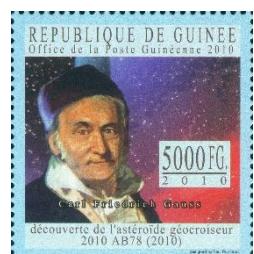
Während der nächsten 22 Jahre - bis zur Schließung der Universität in der napoleonischen Besatzungszeit - lehrt PFAFF an der Hochschule (*Academia Julia*), die 1576 vom damals regierenden Herzog JULIUS als erste protestantische Hochschule in Norddeutschland gegründet wurde. Die Besoldung ist zunächst noch vergleichsweise gering. Erst als ihm 1802 eine Professur an der deutsch-sprachigen russischen Universität in Dorpat (heute: Tartu/Estland) angeboten wird und er diese ablehnt, erhält er endlich ein Gehalt, das ihm ermöglicht, eine Familie zu gründen. In der Ehe mit CAROLINE BRAND, einer Cousine mütterlicherseits, werden zwei Söhne geboren; der erste stirbt früh, der zweite wird später die Schriften des Vaters herausgeben.

Der erste Student, der 1796 von PFAFF promoviert wird, ist CARL BRANDAN MOLLWEIDE, der 1806 eine nach ihm benannte flächentreue Kartenprojektion entwickelt (MOLLWEIDE-Projektion, Abb. Wikipedia) und besondere trigonometrische Formeln für beliebige Dreiecke findet:

$$\frac{a+b}{c} = \frac{\cos(\frac{\alpha-\beta}{2})}{\sin(\frac{\gamma}{2})} \quad \text{und} \quad \frac{a-b}{c} = \frac{\sin(\frac{\alpha-\beta}{2})}{\cos(\frac{\gamma}{2})} \quad (\text{MOLLWEIDESche Formeln}).$$



PFAFFS berühmtester Student ist CARL FRIEDRICH GAUSS, der 1798 von Göttingen nach Helmstedt gekommen war, um Vorlesungen bei PFAFF zu hören; zeitweise lebt er sogar in dessen Haus. PFAFF erkennt schnell die überragende Begabung seines neuen Studenten und fördert diesen mit allen



seinen Möglichkeiten. Als alleiniger Gutachter der GAUSSschen Dissertation (*Demonstratio nova theorematis omnem functionem algebraicam rationalem integrum unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse* - Neuer Beweis des Satzes, dass jede ganze rationale algebraische Funktion in einer Variablen in reelle Faktoren ersten oder zweiten Grades zerlegt werden kann.) unterstützt PFAFF den Antrag seines Studenten, *in absentia* promoviert zu werden.

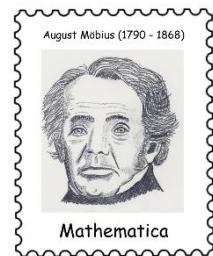
Im selben Jahr wie GAUSS wird auch JOHANN MARTIN CHRISTIAN BARTELS promoviert (durch PFAFF, LICHTENBERG und KÄSTNER). BARTELS wird - nach verschiedenen Tätigkeiten, u. a. als Mathematiklehrer an der Schule JOHANN HEINRICH PESTALOZZIS - Mathematik-Professor im russischen Kasan; NIKOLAI LOBATSCHESKI wird sein bekanntester Student.



Bereits um 1800 droht die Schließung der Helmstedter Universität, und es ist nicht zuletzt dem Einsatz PFAFFS zu verdanken, dass die Einrichtung (vorläufig) bestehen bleibt. Nach der Neugliederung Deutschlands durch NAPOLEON gehört Helmstedt zum Königreich Westfalen. Unter der Regierung JÉRÔME BONAPARTEs wird die Universität 1810 dann endgültig geschlossen. PFAFF kann auf einen anderen Mathematik-Lehrstuhl im Königreich wechseln und kommt so nach Halle, wo er später auch Direktor der Sternwarte wird.

Zu seinen Hallenser Studenten zählt u. a. AUGUST MÖBIUS, der 1815 von ihm promoviert wird (Thema: *Über Berechnungsmethoden für Fixsternbedeckungen durch Planeten*).

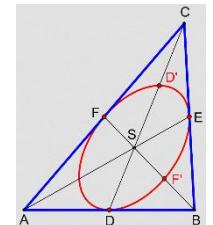
(Zeichnung: © Andreas Strick)



Bereits als Student hatte sich PFAFF mit EULERS Untersuchungen über Reihen beschäftigt und einen Aufsatz verfasst (*Versuch einer neuen Summationsmethode*), den er seinem Herzog widmet.

1797 veröffentlicht er den ersten Band eines Lehrbuchs zur Analysis (warum ein zweiter Band nicht realisiert wird, ist nicht bekannt) - in lateinischer Sprache und im Stile seines großen Vorbilds (*Disquisitiones analytiae maxime ad calculum integralem et doctrinam serierum pertinentes*; Analytische Untersuchungen, die sich hauptsächlich auf den Integralkalkül und die Reihenlehre beziehen).

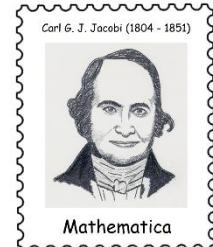
1810 löst PFAFF das von GAUSS aufgeworfene Problem, wie eine Ellipse mit maximalem Flächeninhalt in ein beliebiges Dreieck bzw. in ein konkavexes Viereck einbeschrieben werden kann. (Abb. STEINER-Inellipse, Wikipedia)



1815 veröffentlicht er in den *Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* seinen bedeutendsten Beitrag: *Methodus generalis, aequationes differentiarum partialium, necnon aequationes differentiales vulgares, utrasque primi ordinis, inter quocunque variabiles complete integrandi* (Allgemeine Methode, partielle Differentialgleichungen und gewöhnliche Differentialgleichungen, beide von erster Ordnung, in beliebig vielen Veränderlichen, vollständig zu integrieren).

Eine partielle Differentialgleichung ist eine Gleichung, in der eine Beziehung zwischen einer Funktion mit mehreren Variablen und deren partiellen Ableitungen (also den Ableitungen nach den einzelnen Variablen, bei denen jeweils die übrigen Variablen konstant gelassen werden). PFAFF führt in der Abhandlung eine besondere Schreibweise ein, die heute noch als PFAFFSche Form bezeichnet wird.

Obwohl GAUSS eine äußerst positive Rezension hierzu für die *Göttingische gelehrte Anzeigen* verfasst und deutlich macht, welcher Fortschritt gegenüber den Ansätzen von JOSEPH-LOUIS LAGRANGE erreicht worden ist, greift erst CARL GUSTAV JACOB JACOBI die Ideen PFAFFS im Jahr 1827 auf und entwickelt sie weiter.



JOHANN FRIEDRICH PFAFF war ein bedeutender Mathematiker in der Nachfolge von EULER und LAGRANGE; seine Leistungen wurden durch die Mitgliedschaften in verschiedenen Akademien (Göttingen, Berlin, Paris, St. Petersburg) anerkannt. Der Neubeginn der Analysis durch die Exaktheitsforderungen von AUGUSTIN-LOUIS CAUCHY erfolgte noch zu seinen Lebzeiten; PFAFF hatte keine Zeit mehr darauf zu reagieren. Er starb überraschend im Alter von 59 Jahren - kurz vor Beginn des Sommersemesters, für das er bereits Vorlesungen angekündigt hatte.