

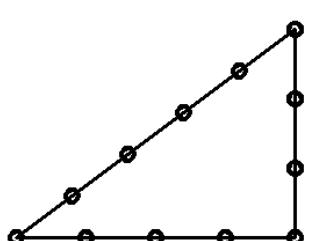
# März 2008

Vor über 2500 Jahren lebte PYTHAGORAS VON SAMOS (580 - 500 v. Chr.)



Den Satz des PYTHAGORAS kennt (fast) jeder, aber eigentlich weiß man nur sehr wenig über die Person, deren Name der berühmte Satz trägt. Von ihm sind keine Schriften überliefert; auch andere Quellen aus dieser Zeit fehlen. Berichte über sein Leben wurden erst Jahrzehnte nach seinem Tod verfasst - u. a. von HERODOT (484-424 v. Chr.) und von ARISTOTELES (384-322 v. Chr.) - und die meisten Legenden entstanden erst Jahrhunderte später. In vielen Darstellungen wird PYTHAGORAS vor allem als Philosoph und religiöser Prophet beschrieben, weniger als Mathematiker. Oft ist in den Überlieferungen auch nur von den Pythagoreern die Rede, also der „Schule des PYTHAGORAS“, sodass man nicht genau weiß, was von PYTHAGORAS selbst stammt und was von seinen Schülern. - Ob PYTHAGORAS der Sohn eines Gemmenschneiders war oder eines Kaufmanns, ist ebenso unklar wie der Zeitpunkt und die Dauer seiner Reisen nach Phönizien, Ägypten und Mesopotamien.

Vermutlich lernte er THALES VON MILET (624-547 v. Chr.) persönlich kennen - die Insel Samos liegt unmittelbar vor der kleinasiatischen Küste; dessen Schüler ANAXIMANDER (611-546 v. Chr.) war möglicherweise sein Lehrer. Ob die sogenannten Harpedonapten (Seilspanner) in Ägypten und Mesopotamien den nach ihm benannten Satz bereits mehr als 1000 Jahre vor PYTHAGORAS angewandten, ist unklar. Wir können jedoch davon ausgehen, dass PYTHAGORAS das Wissen über diese aus der Praxis stammende Regel von

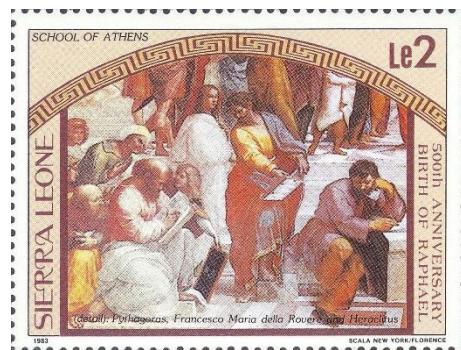


dort nach Griechenland brachte. Sein Verdienst ist es, dass er „die Mathematik von diesen praktischen Anwendungen befreite“ - Mathematik wurde betrieben, „um dem Göttlichen näher zu kommen“ (B. L. VAN DER WAERDEN).



MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

Vermutlich um 530 (520?) v. Chr. lässt sich PYTHAGORAS in der griechischen Kolonie Kroton in Süditalien nieder und gründet dort einen Geheimbund. Die Sektenmitglieder glauben an die Unsterblichkeit der Seele. Dem Schicksal der Seelenwanderung und dem ewigen Kreislauf der Wiedergeburt kann man nur entgehen, wenn man sich mit den Mysterien der Zahlen und der Harmonie beschäftigt. Ihr Kosmos ist nach Zahlen geordnet; in diesem Sinne ist Mathematik ein Teil ihrer Religion. PYTHAGORAS gilt unter seinen Jüngern, den Pythagoreern, als der vollkommene Weise; auf PYTHAGORAS geht die Bezeichnung *Philosoph* zurück als „ein Mensch, der die Weisheit liebt“. Die Jünger leben nach strengen Ordensregeln; ihre asketische, vegetarische Lebensweise ist für manche Zeitgenossen Anlass zu Spott.



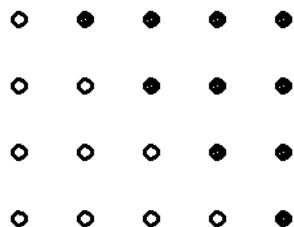
Ausschnitt aus dem Gemälde Raffaels „Schule von Athen“



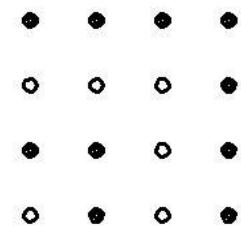
Die Pythagoreer beschäftigen sich mit Astronomie und Astrologie, mit Arithmetik und Musiktheorie. Nach den Lehren ihres Lehrers ist der Weg zum Transzendenten nur durch die Beschäftigung mit den Eigenschaften der (natürlichen) Zahlen möglich, denn: *Alles ist Zahl.*

Die Eins ist keine eigentliche Zahl, aber Ausgangspunkt aller Zahlen. Die Zahl 10 gilt als heilige Zahl; sie ist Summe der ersten vier Zahlen und Basis unseres Zahlensystems; außerdem lässt sie sich in Form eines gleichseitigen Dreiecks darstellen (Tetraktys = Vierheit). Die Zahlen 1, 2, 3 und 4 spielen auch in der musikalischen Harmonik eine entscheidende Rolle: Wenn man die Länge einer Saite von ihrer ursprünglichen Länge auf die Hälfte verkürzt, also im Verhältnis 2:1 verändert, dann liegt der neue Ton um eine Oktave höher, bei Verkürzung im Verhältnis 3:2 bzw. 4:3 um eine Quinte bzw. Quarte.

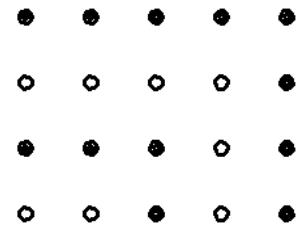
Zum Rechnen verwenden die Pythagoreer schwarze und weiße Steinchen, die zu geometrischen Figuren gelegt werden; so lassen sich Summenformeln ablesen, z. B. für die Summe aufeinander folgender natürlicher Zahlen oder aufeinander folgender ungerader bzw. gerader Zahlen - in den letzten beiden Mustern werden die Steinchen in Form von sogenannten *Gnomonen* (Winkelhaken) gelegt:



$$1+2+\dots+n = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (n+1)$$



$$1+3+\dots+(2n-1) = n^2$$



$$2+4+\dots+2n = n \cdot (n+1)$$

Bei den Pythagoreern hat jede Zahl ihre eigene, mystische Persönlichkeit. Gerade Zahlen sind weiblich, ungerade sind männlich. Die Zahl 5 ist als Summe der kleinsten echten Zahlen, der kleinsten geraden und ungeraden Zahl Symbol für die Ehe.

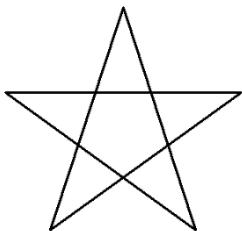
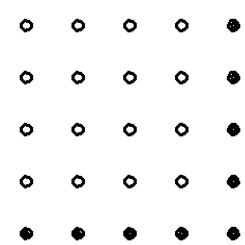
Die Zahl 6 ist gleich der Summe ihrer echten Teiler - eine *vollkommene Zahl*. Die Pythagoreer kennen die allgemeine Regel: Wenn die Summe  $1+2+2^2+\dots+2^n$  eine Primzahl  $p$  ist, dann ist  $2^2 \cdot p$  eine *vollkommene Zahl*. Für den Beweis benötigt man die Summenformel für die geometrische Reihe, die schon den Babylonier bekannt ist.

Die Zahl 16 ist nicht nur eine Quadratzahl; sie repräsentiert ein Quadrat der Seitenlänge 4 mit dem Umfang 16 (Längeneinheiten) und dem Flächenmaß 16 (Flächen-einheiten). Analog steht die Zahl 18 für das besondere Rechteck mit den Seitenlängen 3 und 6 (Umfang = 18 LE, Flächenmaß = 18 FE).

Dass rechtwinklige Dreiecke sich durch die Zahlenverhältnisse 3, 4 und 5 ausdrücken lassen, deutet für die Pythagoreer auf göttliche Fügung hin. Wir wissen nicht, ob PYTHAGORAS den nach ihm benannten Satz „beweisen“ konnte - etwa so, wie es in den *Elementen des EUKLID* nachzulesen ist. Bekannt ist ihm jedoch die Regel für besondere Pythagoreische Zahlentripel: Das Tripel  $(x; y; z)$  mit  $x = m$ ,  $y = \frac{1}{2} \cdot (m^2 - 1)$ ,  $z = \frac{1}{2} \cdot (m^2 + 1)$ , wobei  $m$  eine ungerade Zahl ist, erfüllt die Gleichung  $x^2 + y^2 = z^2$ .

Für  $m=3$  erhält man  $3^2 + 4^2 = 5^2$ ,  $m=5$  führt zu  $5^2 + 12^2 = 13^2$ ,  $m=7$  ergibt  $7^2 + 24^2 = 25^2$  usw. - Auch dies lässt sich an Mustern ablesen:

Legt man um ein Quadrat von  $y^2$  weißen Steinen einen Winkelhaken mit  $x^2$  schwarzen Steinen, dann erhält man ein Quadrat mit insgesamt  $x^2 + y^2 = z^2$  Steinen.



Von den regulären Körpern kennt PYTHAGORAS nur Tetraeder, Hexaeder (Würfel) und Dodekaeder. Das Sternfünfeck (Pentagramm) wird zum Erkennungszeichen der Pythagoreer. Die Diagonalen dieser symmetrischen Figur schneiden einander gegenseitig nach dem *Goldenen Schnitt*. Etwa 50 Jahre nach dem Tod des PYTHAGORAS wird - vermutlich durch seinen Schüler

HIPPASOS - bewiesen, dass diese Teilung zu incommensurablen Strecken führt, d. h. die Zahlenverhältnisse also *irrational* sind und nicht im Verhältnis ganzer Zahlen stehen - ein Schock für die Pythagoreer?

Aus einer mystischen Zahlenlehre entwickelt sich unter den Schülern des PYTHAGORAS die Mathematik zur exakten Wissenschaft; viele Erkenntnisse werden in die *Elemente des EUKLID* (365-300 v. Chr.) übergenommen.



Im Laufe eines Jahrhunderts jedoch zerfällt die Vereinigung der Pythagoreer wegen unterschiedlicher politischer Ansichten.

PYTHAGORAS selbst wird 510 v. Chr. aus Kroton vertrieben und siedelt sich im benachbarten Metapont an; er stirbt dort vermutlich um 500 v. Chr.