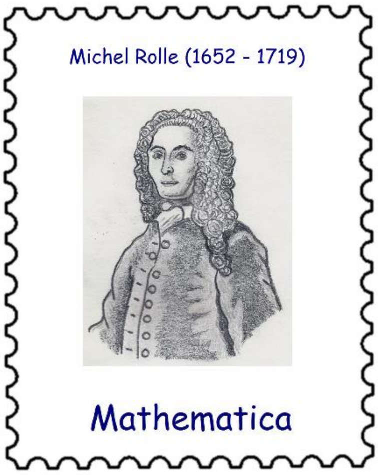
November 2019

Vor 300 Jahren starb **MICHEL ROLLE** (21.04.1652 – 08.11.1719)



Zeichnung: © Andreas Strick

Ob der französische Mathematiker MICHEL ROLLE tatsächlich so aussah, wie auf der Mathematica-Briefmarke angedeutet ist, wird wohl nicht mehr zu klären sein; denn es existiert kein Porträt des Wissenschaftlers. Allerdings entsprechen Haarmode und Kleidung dem Stil der damaligen Zeit.

Bis vor wenigen Jahren gehörte der nach ihm benannte *Satz von ROLLE* noch zu den Standardthemen des Analysisunterrichts in der Oberstufe:

> Gilt für eine auf einem Intervall $[a\,;b]$ stetige und auf $]a\,;b[$ differenzierbare Funktion *f*, dass $f(a)=f(b)$, dann *existiert* im Innern des Intervalls eine Stelle *c*, für die gilt: $f'(c)=0$.

Insbesondere gilt für den Sonderfall $f(a)=f(b)=0$, dass zwischen zwei Nullstellen einer differenzierbaren Funktion eine Stelle mit waagerechter Tangente existiert.

Diesen Satz hatte MICHEL ROLLE 1691 im Rahmen einer Veröffentlichung formuliert, die sich mit der Lösung von Gleichungen höheren Grades beschäftigte (*Démonstration d'une méthode pour résoudre les égalités de tous les degrés*). Die Bezeichnung als *Satz von ROLLE* erfolgte erst Mitte des 19. Jahrhunderts.

MICHEL ROLLE wächst in dem Städtchen Ambert (Auvergne) als Sohn eines Kaufmanns auf. Es liegen keine Informationen darüber vor, welche Schulbildung er genossen hat; seinen Lebensunterhalt verdient er als Schreiber bei Anwälten und Notaren. 1675 geht er in der Hoffnung auf bessere Arbeitsmöglichkeiten nach Paris. In der Zwischenzeit hat er im Selbststudium auch seine Rechenfertigkeiten verbessert, sodass er auch hierin seine Dienste anbieten kann. Um seine junge und schnell größer werdende Familie ernähren zu können, beschäftigt er sich mit höherer Mathematik; denn er hat sich das ehrgeizige Ziel gesetzt, sich auf eine Stelle als Mitarbeiter der 1666 gegründeten *Académie royale des sciences* zu bewerben.

MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

1682 erfüllt sich dieser Traum: MICHEL ROLLE kann ein Problem lösen, das JACQUES OZANAM, ein französischer Gelehrter und erfolgreicher Autor von Büchern zur Unterhaltungsmathematik, im Jahr zuvor im *Journal des sçavans* gestellt hatte:

Trouver quatre nombres tels que la différence des deux quelconques fait un quarré et que la somme des deux quelconques des trois premiers soit encore un nombre quarré.
Finde vier (natürliche) Zahlen, für die gilt: Die Differenz von je zwei dieser Zahlen ist eine Quadratzahl; außerdem soll die Summe von je zwei der ersten drei Zahlen eine Quadratzahl sein.

OZANAM selbst hatte vermutet, dass die kleinste dieser vier Zahlen mindestens 50 Dezimalstellen hat. In der Ausgabe vom 31.08.1682 gibt das *Journal* bekannt, dass *Sieur Rolle, professeur d'arithmetique,* eine Lösung gefunden hat.

ROLLE hatte den Herausgebern der Zeitschrift mitgeteilt, dass man die gesuchten vier Zahlen mithilfe von symmetrischen Termen vom Grad 20 berechnen kann:

$y^{20}+21y^{16}z^4-6y^{12}z^8-6y^8z^{12}+21y^4z^{16}+z^{20}$, $10y^2z^{18}-24y^6z^{14}+60y^{10}z^{10}-24y^{14}z^6+10y^{18}z^2$,
$6y^2z^{18}+24y^6z^{14}-92y^{10}z^{10}+24y^{14}z^6+6y^{18}z^2$ sowie
$y^{20}+16y^{18}z^2+21y^{16}z^4-6y^{12}z^8-32y^{10}z^{10}-6y^8z^{12}+21y^4z^{16}+16y^2z^{18}+z^{20}$.

Setzt man für y den Wert 1 ein und für z den Wert 2, dann erhält man die vier Zahlen 2.399.057, 2.288.168, 1.873.432 sowie als vierte Zahl die Summe der ersten drei Zahlen, also 6.560.657; diese erfüllen tatsächlich die geforderten Bedingungen.

Der Finanzminister JEAN BAPTISTE COLBERT ist von dieser Leistung so beeindruckt, dass er dem 30-jährigen ROLLE zu einer *Pension* verhilft. Der Kriegsminister FRANÇOIS MICHEL LE TELLIER, MARQUIS DE LOUVOIS, bietet ROLLE sogar eine feste Stelle in seinem Ministerium an, die dieser aber bald wieder aufgibt, weil ihm die Arbeit nicht gefällt. LOUVOIS lässt aber nicht locker, stellt ROLLE als Lehrer für seinen jüngsten Sohn ein und sorgt dafür, dass MICHEL ROLLE bereits 1685 Mitglied der *Académie royale des sciences* wird und auch für dieses Amt eine Besoldung erhält.

Bis zu einem Schlaganfall im Jahr 1708 kann sich ROLLE uneingeschränkt den selbst gewählten mathematischen Themen widmen. Er lebt zwar danach noch weitere elf Jahre, ist aber nicht mehr in der Lage, weitere Beiträge zu verfassen.

1690 erscheint sein Hauptwerk *Traité d'Algèbre* (*ou Principes generaux pour resoudre les questions de mathématique*), in dem er in bemerkenswerter Weise die Anwendung algebraischer Methoden demonstriert.

In Kapitel 1 erläutert er Rechenregeln für lineare Terme und Verfahren zum Lösen linearer Gleichungssysteme – mit bis zu 4 Variablen; dabei kommen auch nicht lösbare Systeme vor. Im zweiten Kapitel wird das Rechnen mit Polynomen behandelt; dann folgen Aufgaben, in denen Gleichungssysteme unterschiedlichen Grades gelöst werden, beispielsweise $y+z=6$ und $y^3+z^3=18z^2$ (durch Substitution). Als nächstes erläutert ROLLE, wie man systematisch auch Gleichungen höheren Grades lösen kann, nämlich durch Intervallschachtelung: Im Beispiel $z^2-1334z+257400=0$ setzt er zunächst die Werte 1 und 1000 für z ein, dann nacheinander 500, 200, 300, 250, 220, ..., bis er schließlich die Lösung $z=234$ findet. Als Verfeinerung des Verfahrens empfiehlt ROLLE eine Substitution, also z. B. kann man z durch $x+200$ ersetzen, wenn man weiß, dass $200<z<300$ um dann eine Lösung hier für $x^2-934x+30600=0$ zu suchen.

(*Übrigens*: Bei quadratischen Termen wird die Potenzschreibweise noch nicht verwendet, d. h. man schreibt also xx statt x^2 – dies ist auch noch bei EULER so üblich).

Um irrationale Lösungen näherungsweise zu bestimmen, schlägt ROLLE vor, an die Koeffizienten eine jeweils entsprechende Anzahl von Nullen anzuhängen, um dann auf die so veränderte Gleichung wieder das o. a. Verfahren anzuwenden; z. B. betrachtet er statt der Gleichung $x^2 - x - 1 = 0$ (für die pos. Lösung x gilt $1 < x < 2$) die Gleichungen $x^2 - 10x - 100 = 0$ oder $x^2 - 100x - 10000 = 0$ (für die positive Lösung x gilt: $16 < x < 17$ bzw. $161 < x < 162$), um anschließend auf Näherungslösungen mit einer oder zwei Dezimalstellen zurückzuschließen. Entsprechend sind Lösungen der Gleichung $z^2 - 17z - 30 = 0$ das Dreifache der Lösungen von $3z^2 - 17z - 10 = 0$.

Die von ROLLE untersuchten Gleichungen sind zunächst nur solche, die ausschließlich positive Lösungen besitzen. Um die negative Lösung einer Gleichung zu bestimmen, betrachtet er das entsprechende Polynom mit veränderten Koeffizienten. (Beispiel: $x^2 - 3x - 10 = 0$ hat die Lösungen $-2, +5$; $x^2 + 3x - 10 = 0$ hat die Lösungen $+2, -5$.)

Nach diesen umfangreichen Vorüberlegungen führt ROLLE in die von ihm entwickelte *méthode des cascades* (cascade = Wasserfall) ein: Gesucht werden die Lösungen der Gleichung $v^4 - 24v^3 + 198v^2 - 648v + 473 = 0$. Zu dieser Gleichung notiert er nacheinander (ohne Begründung) die Gleichungen: $4v^3 - 72v^2 + 396v - 648 = 0$, $12v^2 - 144v + 396 = 0$ und $24v - 144 = 0$; die letzte ist seine *erste Cascade*. Aus der Lösung $v = 6$ dieser Gleichung schließt er auf die Intervalle $[0;6]$ und $[6;13]$, in denen die Lösungen der *zweiten Cascade* liegen (für die Bestimmung der rechten oberen Intervallgrenze gibt er eine Faustregel an). Durch Intervallschachtelung findet er die Näherungswerte $v \approx 4$ und $v \approx 7$. Zur Bestimmung der Lösungen der *dritten Cascade* betrachtet er dann die Intervalle $[0;4]$, $[4;7]$, $[7;163]$ und findet die exakten Lösungen $v = 3, v = 6, v = 9$, um im letzten Schritt die Intervalle $[0;3]$, $[3;6]$, $[6;9]$, $[9;649]$ auf Vorzeichenwechsel hin zu untersuchen und so schließlich alle Lösungen zu finden.

Im dritten Kapitel des Buches behandelt ROLLE noch die Methode der Termdivision sowie den EUKLIDischen Algorithmus für Terme. Im vierten Kapitel reflektiert er allgemeine Lösungsmethoden von Gleichungen höheren Grades; in diesem Zusammenhang verwendet er für die n-te Wurzel aus einer Zahl a die Schreibweise $\sqrt[n]{a}$, die von da an allgemein übernommen wird.

Dass heute der *Satz von ROLLE* der Differenzialrechnung zugeordnet wird, ergibt sich aus der Interpretation der *Cascade*-Polynome als Ableitungen, während ROLLE diese als rein algebraische Objekte ansieht. Man erkennt dies allein daran, dass in seinem Buch keine einzige Abbildung enthalten ist, durch die ggf. eine Einsicht hätte verdeutlicht werden können. Für ROLLE war vielmehr die Entwicklung der Differenzialrechnung ein großer Irrtum: *Während bisher die Mathematik als exakte Wissenschaft angesehen werden konnte, in der nur wahre Axiome und tatsächlich beweisbare Sätze formuliert und falsche Vermutungen sofort „geächtet" wurden, so scheint es, dass dieses Kennzeichen der Exaktheit nicht mehr gültig ist, seit die unendlich kleinen Größen eingeführt wurden.*

In den Sitzungen der *Académie* kommt es immer wieder zu heftigen Auseinandersetzungen, insbesondere mit PIERRE DE VARIGNON, der die infinitesimalen Methoden verteidigt. Nachdem ROLLE bei einer der Sitzungen sogar ausfallend wird, beschließt die Leitung der *Académie*, das Thema nicht mehr auf die Tagesordnung zu setzen. – ROLLEs Kritik trägt mit dazu bei, dass die Grundlagen der Analysis präzisiert werden. Kurz vor seinem Tod nimmt MICHEL ROLLE seine grundsätzlichen Einwände zurück.